

Brígida Maria de
Jesus Sineiro

**Ensinar a argumentar em
matemática no 6.º ano de
escolaridade: Complexidades e
desafios do trabalho de uma
professora**

Relatório da componente de investigação do relatório
de estágio orientado pela Prof.^a Doutora Ana Maria
Roque Boavida

Relatório da componente de investigação do relatório
de estágio

Dezembro 2015

Resumo

Este estudo visa analisar a minha prática profissional e tem como objetivo compreender de que modo posso promover e apoiar o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática e quais os principais desafios que este trabalho acarreta. Formulei, neste âmbito, as seguintes questões de investigação: (1) Que aspetos relativos à preparação das aulas favorecem a emergência de atividades de argumentação matemática? (2) Durante a lecionação das aulas, como procurarei fomentar e apoiar o envolvimento dos alunos neste tipo de atividade? (3) Que desafios enfrentarei?

No enquadramento teórico foco o significado de argumentação em matemática, os caminhos a serem percorridos para que esta atividade seja possível e, finalmente, os desafios a ela associados.

Do ponto de vista metodológico, o estudo insere-se numa abordagem qualitativa e constitui uma investigação sobre a prática. Neste sentido, foi realizada uma intervenção pedagógica nas aulas de matemática de uma turma do 6.º ano de escolaridade, em que foram propostas tarefas que do ponto de vista teórico favorecem a emergência e desenvolvimento de atividades de argumentação.

A recolha de dados foi feita através da observação participante, recolha documental e conversas informais. Neste âmbito, foram elaboradas notas de campo de carácter descritivo e reflexivo e foram registadas em áudio todas as aulas da intervenção pedagógica.

Os resultados permitiram perceber não só os aspetos que favorecem a emergência de episódios de argumentação matemática, mas também desafios associados a esta atividade. Destacam-se a seleção de tarefas desafiantes e a planificação das aulas em que estas tarefas serão propostas, principalmente a antecipação dos raciocínios dos alunos. No que respeita aos desafios, estes prendem-se com a negociação contextualizada de normas sociais e sociomatemáticas, entre as quais está a promoção da expressão audível e o comprometimento dos alunos na análise crítica dos raciocínios dos colegas; com a gestão do tempo; com a validação precipitada dos raciocínios dos alunos; e com a gestão dos contributos dos alunos durante a discussão de modo a que esta discussão seja poderosa tanto para a aprendizagem dos alunos como do ponto de vista matemático.

Palavras-chave: argumentação em matemática; orquestração de discussões coletivas; papel do professor.

Abstract

This study aims to analyse my professional practice. The main goal is to understand how I can promote and support student engagement in mathematical argumentation activities and what are the main challenges that this work entails. So were formulated the following investigation questions: (1) What aspects concerning lesson preparation favour the emergence of mathematical argumentation activities? (2) During instruction, how I tried to encourage and support students' involvement in these activities? (3) What challenges I faced?

The theoretical framework addresses the meaning of argumentation in mathematics, pathways to be followed for this activity be possible and, finally, in the challenges related to these pathways.

Methodologically, this study is framed on a qualitative approach and is an investigation into my own practice. In this sense, an educational intervention in a mathematics class of 6th grade was held, in which I proposed tasks that, from a theoretical point of view, favor the emergence and development of mathematical argumentation activities.

Data collection was carried out through participant observation, document collection and informal conversational interviews. In this context, I drew up descriptive and reflexive field notes and I recorded, into audio, all classes of the pedagogical intervention.

The results allowed to see not only the aspects that favour the emergence of episodes of mathematical argumentation, but also challenges associated with this activity. Stands out the selection of challenging tasks and the preparation of lessons in which these task will be proposed, particularly the anticipation of student reasoning. The main challenges are related to: the contextualized negotiation of social norms and sociomathematical norms, among which is the promotion of audible expression and the students commitment in the critical analysis of the reasoning of colleagues; to time management; to hasty validation of students reasoning; and to the management of contributions from students during the collective discussions, so that these discussion are powerful for student learning and, simultaneously, from a mathematical point of view.

Keywords: mathematical argumentation; orchestrating collective discussions; teacher's role.

Agradecimentos

Esta dissertação de mestrado é o resultado de um esforço coletivo de pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para que conseguisse terminar este projeto. Terminá-lo representa, para mim, um importante marco não só na minha vida profissional, mas também na minha vida pessoal. Apesar do espaço limitado desta secção não me permitir agradecer, devidamente, a todas as pessoas, autoriza manifestar a minha gratidão a todos os que estiveram presentes nos momentos de angústia, ansiedade, insegurança, exaustão e também de satisfação.

À Professora Ana Boavida, pela sua orientação, opiniões e críticas, sem as quais não seria possível a realização deste trabalho. Obrigada, cima de tudo, por todas as palavras de incentivo depois de cada tutoria.

Aos alunos da turma do 6.º ano, pelo carinho, aprendizagem e, acima de tudo, por permitirem que o meu estudo existisse.

À Professora cooperante pela boa receção, disponibilidade e por toda colaboração.

À Nádia, que me acompanhou ao longo de todo o meu percurso de prática e com a qual refletia e partilhava os ideais de um outro tipo de ensino. E também por ouvir-me e apoiar-me nos momentos em que pensei desistir. Conseguimos!

Às minhas 9 colegas de mestrado por partilharmos não só as nossas incertezas, mas também as nossas alegrias e, sobretudo por nos apoiarmos ao longo destes dois anos.

À Marisa, pela motivação que me deu sempre que já não via a luz ao fundo do túnel.

Ao José, pela paciência, compreensão das minhas longas ausências

À Tuna Sadina que compreendeu os meus dois meses de ausência, mas sobretudo por ter sido um escape, nos momentos de angústia.

À minha família – pais, avó e irmã – que incondicionalmente me apoia, por acreditarem sempre em mim e naquilo que faço.

Índice

Resumo	iii
Abstract	iv
Agradecimentos	v
Índice de Figuras.....	ix
Capítulo 1	
Introdução	1
1. Pertinência do estudo	1
2. Objetivo e questões.....	3
3. Estrutura	4
Capítulo 2	
Enquadramento teórico	5
1. Argumentação em matemática, de que falamos?.....	5
2. Caminhos para a argumentação na aula de matemática	7
2.1. Perspetivar o ensino e a aprendizagem	8
2.2. Selecionar tarefas.....	10
2.3. Orquestrar discussões coletivas	14
Preparar a discussão.....	15
Conduzir a discussão.....	17
2.4. Construir e manter uma comunidade de discurso matemático	20
3. Desafios.....	23
Capítulo 3	
Metodologia	29
Capítulo 4	
A argumentação na aula de matemática – percorrendo caminhos.....	41
1. Explorando a tarefa “Sr. Pequeno”	41

2. Explorando a tarefa “Desconto da PSP”	49
3. Explorando a tarefa “Contagens e expressões numéricas”	60
4. Do “Sr. Pequeno” a “Contagens e expressões numéricas”	70
Capítulo 5	
Conclusões	79
1. Regressando às questões de investigação do estudo.	80
2. Encerrando o estudo	88
Referências Bibliográficas	91
Anexos	97
Anexo 1 – Tarefa “Sr. Pequeno”	97
Anexo 2 – Extrato da planificação “Sr. Pequeno”	98
Anexo 3 – Tarefa “Desconto da PSP”	99
Anexo 4 – Extrato da planificação “Descontos de uma PSP”	100
Anexo 5 – Tarefa “Contagens e expressões numéricas”	101
Anexo 6 – Respostas possíveis à tarefa “Contagens e expressões numéricas”	102
Anexo 7 – Tarefa “Os bancos”	103
Anexo 8 – Tarefa “Jantar de amigos”	104
Anexo 9 – Tarefa “Explorando relações”	105

Índice de Figuras

Figura 1 – Diagrama das cinco práticas apresentado por Stein et al. (2008, p. 322).....	15
Figura 2 – Tarefa “Sr. Pequeno”	42
Figura 3 – Questão 1 da tarefa “Desconto da PSP”	50
Figura 4 – Questão 2 da tarefa “Desconto da PSP”	50
Figura 5 – Ilustração do raciocínio do aluno.....	53
Figura 6 – Ilustração do raciocínio do aluno C.....	54
Figura 7 – Ilustração do raciocínio do aluno G.....	55
Figura 8 – Ilustração do raciocínio da aluna B.....	57
Figura 9 – Enunciado da tarefa “Contagens expressões numéricas”	61

Capítulo 1

Introdução

O presente relatório de investigação incide sobre um estudo desenvolvido numa turma do 6.º ano de escolaridade. Decidi focar-me na área da matemática e enveredar pela argumentação em matemática, focando-me na minha prática. Deste modo, reflito sobre como me preparei e quais os desafios com que me deparei, ao longo da mesma.

O presente capítulo encontra-se dividido em três secções, a primeira denominada “Pertinência do estudo”, em que apresento as razões da escolha deste tema não só a nível pessoal, como também teórica. Posteriormente, apresento o objetivo do estudo, bem como as questões orientadoras associadas. Por fim, na secção “Estrutura” refiro como está organizado este trabalho.

1. Pertinência do estudo

Um dos motivos pelo qual decidi escolher um tema na área da matemática prende-se com o facto de considerar que a matemática ainda é, erradamente, vista como uma disciplina em que o fundamental é a memorização de números e regras e a reprodução de procedimentos mesmo que não se lhes atribua significado; em que se considera “que os resultados a que se chega ou estão certos ou estão errados, consoante se siga, ou não, as indicações dadas pelo professor, pelo manual escolar ou por quem tem autoridade na matéria” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p.81). No fundo, trata-se de uma conceção um pouco associada a um tipo de ensino transmissivo, que faz transparecer uma matemática mecanizada e, muito frequentemente, monótona para os alunos, o que favorece o desagrado por esta disciplina que muitos alunos evidenciam.

Este tipo de ensino está, frequentemente, associado a uma comunicação que Brendefur e Frykholm (2000) designam por unidirecional, em que as “intervenções dos alunos estão frequentemente limitadas às respostas dadas às perguntas dos professores” (Boavida et al., 2008, p.61). Em contrapartida, se a comunicação for multidirecional – entre professor-aluno(s), aluno(s)-professor e aluno(s)-aluno(s) – encontra-se aberta uma excelente oportunidade para o “desenvolvimento de

capacidades e aptidões, bem como de valores e atitudes, que possibilitem a inserção crítica numa sociedade que cada vez mais conta com cidadãos capazes de continuar a aprender ao longo da vida e de adaptar-se a novos desafios.” (César, Torres, Caçador & Candeias, 1999, p.76). Além disso, permite que os alunos aprendam uns com os outros, e não apenas com o professor, e como têm uma linguagem mais próxima dos seus pares e um jeito próprio de se fazerem entender por estes, podem favorecer a compreensão.

Entre as vertentes da comunicação matemática está a argumentação matemática, uma atividade “intimamente associada à importância de os alunos desenvolverem a capacidade de raciocinar matematicamente” (Boavida et al., 2008, p.81). A argumentação envolve a “expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar um enunciado ou conjunto de enunciados a partir daquilo que se crê como verdadeiro, um processo em que as inferências se apoiam principalmente sobre os conteúdos” (Pedemonte, referida por Boavida, 2005, p. 57). Assim, argumentar em matemática remete para a necessidade do aluno explicar e justificar o seu raciocínio, de modo a convencer outros de que este é válido matematicamente.

Neste âmbito, é fundamental incentivar e valorizar a partilha e análise de diferentes raciocínios, o que permitirá, aos alunos, estruturar o seu conhecimento matemático “numa linguagem que é entendida como adequada aos alunos” (Martinho, Menezes, Ferreira & Guerreiro, 2014, p.138) e levá-los “a descobrir em si próprios e nos pares capacidades que desconheciam” (César et al., 1999, p.76).

No âmbito da investigação em educação matemática, o interesse, em Portugal, “pela comunicação nas práticas dos professores não tem sequer 20 anos, pelo que há muitos domínios ainda por explorar e outros insuficientemente explorados.” (Martinho et al., 2014, p.136). O interesse pela argumentação matemática é, ainda, mais recente, pelo que decidi centrar-me neste domínio e focar o estudo que desenvolvi no papel do professor. Com efeito, o professor tem um papel decisivo na criação de condições para a aprendizagem dos alunos, o que passa, nomeadamente por lhes propor tarefas que os façam avançar no conhecimento da matemática e por incentivar e apoiar a exploração destas tarefas. Por exemplo, se os alunos estiverem a trabalhar em grupo, é importante que o professor circule “pelos grupos encorajando-os, desafiando-os, questionando-os e dando-lhes sugestões, se necessário” (Mestre & Oliveira, 2014, p.285). Para que isto seja conseguido, é necessário promover uma cultura de sala de aula com certas

características, onde haja, nomeadamente respeito pelo outro e cumprimento de certas regras reguladoras da comunicação.

Até aqui procurei fundamentar porque é que do ponto de vista teórico, o tema do estudo que desenvolvi é pertinente. No entanto, a escolha deste tema também se enraíza em interesses pessoais. Gostando de Matemática e considerando que não tenho muitas dificuldades conceptuais nesta área, julguei que devia aproveitar essa vantagem para estudar e compreender como posso lecionar uma aula em que se coloca a argumentação matemática em primeiro plano. Segundo Boavida et al. (2008), “numa situação de argumentação (...) é fundamental que o professor (...) tenha um conhecimento profundo dos conceitos matemáticos relevantes subjacentes à Matemática que ensina, (...) para que reconheça a necessidade de fazer surgir apoios argumentativos apropriados” (p.92) que, de outra forma não conseguiria que surgissem.

Como referi, o estudo que realizei centra-se na análise da minha prática. Esta opção prende-se com distintas razões. Antes de mais, pelo tipo de estudo que me foi pedido, isto é, tinha de estar diretamente relacionado com o meu estágio. Em segundo lugar, por saber que a “actividade reflexiva e inquiridora, é geralmente realizada pelos professores de um modo intuitivo” (Ponte, 2002, p. 2) e acreditar que o professor deve compreender-se a si próprio, identificando e refletindo sobre as suas fragilidades, para, posteriormente, conseguir colmatá-las. E, por fim, porque poderei compreender quais as dificuldades de um professor que tenta enveredar, numa fase inicial de carreira, por este tipo de prática, já que investigar a própria prática torna-se “um processo fundamental de construção do conhecimento (...) e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional” (Ponte, 2002, p.3).

2. Objetivo e questões

O estudo que desenvolvi tem por objetivo compreender de que modo posso promover e apoiar o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática e quais os principais desafios que este trabalho acarreta.

No âmbito deste objetivo, e tendo em conta que as questões “assumem um papel fundamental na definição e desenvolvimento do projecto de investigação” (Alves & Azevedo, 2010, p.53), formulei as seguintes questões:

- (1) Que aspetos relativos à preparação das aulas favorecem a emergência de atividades de argumentação matemática?
- (2) Durante a leção das aulas, como procurarei fomentar e apoiar o envolvimento dos alunos neste tipo de atividade?
- (3) Que desafios enfrentarei?

3. Estrutura

Este documento está organizado em cinco capítulos de que este é o primeiro.

No segundo capítulo centro-me em aspetos teóricos que informam o estudo. Concretamente, foco o significado de argumentação em matemática, caminhos que podem ser seguidos para proporcionar uma cultura de sala de aula favorável ao envolvimento dos alunos em atividades de argumentação e, por fim, desafios que se colocam ao professor quando pretende enveredar por estes caminhos.

A metodologia de investigação é apresentada no terceiro capítulo. Indico e fundamento as principais opções metodológicas do estudo, refiro os procedimentos de recolha de dados e, descrevo, sucintamente, a intervenção pedagógica que concebi e concretizei, tendo em vista o desenvolvimento do estudo.

O quarto capítulo é dedicado à análise de dados. Nele apresento e analiso, em profundidade, três das tarefas exploradas pelos alunos e, posteriormente, realizo uma análise transversal da minha prática, relativamente a todas as tarefas propostas na intervenção pedagógica.

Por fim, no quinto capítulo, retomo as questões que orientaram a investigação e procuro responder-lhes. Apresento, ainda, uma pequena reflexão geral sobre este estudo e as aprendizagens que me proporcionou.

Capítulo 2

Enquadramento teórico

Este capítulo está estruturado em três secções. Na primeira abordo o significado de argumentação e de argumentação na aula de matemática¹. Na segunda centro-me em aspetos que têm influências significativas na existência, ou não, de atividades argumentativas na aula: a perspetiva sobre o ensino e aprendizagem da Matemática que se adota, as tarefas que se apresentam aos alunos, o modo como se equaciona a preparação e a condução de discussões coletivas e as características da cultura de sala de aula que se procura construir e manter. Por último, foco desafios que o professor pode enfrentar quando pretende que os seus alunos se envolvam em atividades de argumentação matemática.

1. Argumentação em matemática, de que falamos?

Há vários pontos de vista sobre a noção de argumentação, não existindo uma caracterização consensual, o que é natural pois são diversas as áreas do conhecimento que se debruçam sobre esta temática. Entre estas estão, por exemplo, a área da filosofia, da linguística, da matemática e do direito.

Se se consultar o dicionário Academia das Ciências de Lisboa (2001), constata-se que “a argumentação é a acção ou o resultado de expor um conjunto de razões, fundamentos ou argumentos para provar uma tese, defender uma opinião ou fundamentar uma crítica, de modo a chegar a uma conclusão ou justificação (p. 334).

Este significado tem pontos de contacto com a atividade de argumentar, tal como é perspectivada por Perelman: “argumentar é fornecer argumentos, ou seja, razões a favor ou contra uma determinada tese” (p. 234). Segundo este autor, a argumentação “necessita que se estabeleça um contacto entre o orador que deseja convencer e o auditório disposto a escutar” (Perelman, 1987, p. 235)

Sendo a argumentação “essencialmente comunicação, diálogo, discussão” (Perelman, 1987, p. 205) que tem por horizonte convencer um outro a aderir a certas

¹ Neste documento, as expressões “argumentação matemática”, “argumentação em matemática” e “argumentação na aula de matemática”, serão consideradas sinónimas.

ideias, não é de estranhar que haja vários autores que sublinham o seu carácter social e discursivo. Por exemplo, De Chiaro e Leitão (2005), referem que a argumentação é uma “actividade social e discursiva que se realiza pela defesa de pontos de vista e consideração de perspectivas contrárias, com o objectivo último de promover mudanças nas representações dos participantes, sobre o tema discutido” (p. 350). Também Balacheff (1999), Boavida et al. (2008) e Pedemonte (2002) referem que a argumentação é caracterizada por ter uma natureza discursiva e social a que acrescentam dialética.

A argumentação tem uma natureza discursiva pelo facto de a linguagem natural ser privilegiada como uma ferramenta na comunicação estabelecida entre a pessoa que argumenta e o seu interlocutor, o que não impede o recurso a “elementos não discursivos: por exemplo, figuras, dados numéricos ou algébricos (Boavida, 2005, referindo Douek). É dialética porque os raciocínios envolvidos têm por base ideias consideradas verdadeiras por parte de quem argumenta mas que “podem não conduzir, necessariamente a conclusões verdadeiras” (Boavida et al., 2008, p. 84). Por fim, a natureza social da argumentação, decorre da necessidade de ter em conta o outro quando se argumenta e assume-se na intencionalidade discursiva, em que o discurso é visto como uma atividade social.

Quanto à argumentação na aula de matemática, Boavida et al. (2008) indicam que é caracterizada por diálogos explicativos ou justificativos relativos a ideias matemáticas, em que “a fundamentação de raciocínios, a descoberta do porquê de determinados resultados ou situações, a formulação, teste e prova de conjeturas e a resolução de desacordos através de explicações e justificações convincentes e válidas de um ponto de vista matemático” (p.84) está presente e adquire um papel de destaque.

Para Whitenack e Yackel (2008), a atividade argumentativa pode surgir dentro da sala de aula quando aluno expõe, argumentando, o seu pensamento à turma, porque poderá causar um efeito na discussão, já que os restantes alunos podem querer argumentar contra, a favor ou apenas melhorar as ideias apresentadas. Por outras palavras, a argumentação em matemática emerge sempre quando uma determinada ideia ou resultado matemático é questionável ou controverso, quando se pede para justificar algo ou quando são apresentados pontos de vista que são contraditórios e/ou

que se complementam. Contudo, para que isso possa acontecer é fundamental que todos os elementos entendam o que é dito, ou seja, que a comunicação entre os intervenientes seja clara.

Vincent, Chick e McCrae (2005) sublinham que o envolvimento dos alunos em atividades argumentativas e a construção do seu conhecimento têm um efeito de espiral, ou seja, o envolvimento dos alunos na argumentação potencia o conhecimento e este, por sua vez, potencia a capacidade argumentativa.

Wood (1999) refere, ainda, que ao envolverem-se em atividades de argumentação, os alunos podem desenvolver, também, a capacidade de saber comunicar, aprendendo a saber quando e como devem participar.

Para efeitos de desenvolvimento do estudo que apresento, optei por adotar o significado atribuído por Pedemonte a argumentação em matemática. De acordo com esta autora (referida por Boavida, 2005), “é a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar um enunciado ou conjunto de enunciados a partir daquilo que se crê como verdadeiro, um processo em que as inferências se apoiam principalmente sobre os conteúdos (p. 57). Quando argumenta em matemática “não basta persuadir, ou seja, obter a adesão sem apelar necessariamente à razão, mas sim convencer, um conceito mais amplo que implica o recurso à racionalidade.” (Boavida, 2005, p.57)

2. Caminhos para a argumentação na aula de matemática

Envolver os alunos em atividades de argumentação em matemática não é um objetivo fácil de concretizar. Para que um professor consiga atingi-lo, terá que percorrer um conjunto de caminhos que se relacionam, nomeadamente com a escolha da perspetiva sobre o ensino que adotar; com as tarefas que seleciona; com o modo como orquestrará discussões coletivas; e com a construção e manutenção de uma comunidade de discurso matemático. Vários destes caminhos são referidos por Ponte e Serrazina (2000). Com efeito, estes autores salientam que o que caracteriza um ambiente de sala de aula propício ao desenvolvimento da argumentação em matemática é o tipo de tarefas propostas, a condução do discurso, o tipo de cultura de sala de aula e a forma de trabalho dos alunos. Consideram, ainda, que os conhecimentos e competências do professor; a existência de recursos que

complementam as tarefas; as atitudes e concepções dos alunos e professores relativamente à matemática; e o contexto escolar e familiar, também influenciam a dinâmica de uma aula.

Tendo em consideração o exposto, esta secção irá abordar cinco caminhos que poderão propiciar a existência de argumentação matemática na aula.

2.1. Perspetivar o ensino e a aprendizagem

Há muito modos de equacionar o ensino e aprendizagem da matemática. No que usualmente se designa por ensino tradicional, o tipo de comunicação dominante é o que Brendefur e Frykholm (2000) designam por comunicação unidirecional. Em aulas de matemática ditas “tradicionais”, há poucas oportunidades para os alunos se envolverem em atividades de argumentação matemática, pois o essencial do discurso da aula está a cargo do professor. O mesmo não acontece com o que alguns autores designam por *inquiry teaching* (Yackel & Cobb, 1998) ou *inquiry-based mathematics teaching* (Menezes, Oliveira & Canavarro, 2015), uma expressão que, frequentemente, é traduzida, em português, por ensino exploratório (Canavarro, 2011; Ponte, 2005).

O ensino exploratório é caracterizado, essencialmente, pelo facto de serem os alunos a descobrir e construir o seu conhecimento (Ponte, 2005). Canavarro (2011) esmiuça um pouco mais esta ideia sublinhando que no ensino exploratório da matemática “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (p.11).

Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) concebem um modelo teórico de uma aula de ensino exploratório (“*inquiry-based*”) composto por três fases: (1) lançamento da tarefa, (2) exploração da tarefa e (3) discussão e sintetização. A primeira fase refere-se à introdução da tarefa, por parte do professor, isto é, quando este a dá a conhecer aos alunos. A segunda fase ocorre quando os alunos trabalham autonomamente na tarefa procurando resolvê-la. Nesta altura, o professor deve acompanhar e apoiar trabalho desenvolvido pelos mesmos. A terceira e última fase diz respeito à discussão e sintetização das estratégias que irão ser apresentadas à turma. Aqui a função do

professor é incentivar e gerir essa discussão, bem como sistematizar as ideias matemáticas que considera importantes.

À semelhança de Stein et al. (2008), Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) apresentam, também, um modelo sobre o desenvolvimento das aulas de ensino exploratório, considerando quatro fases principais: (1) introdução da tarefa, (2) realização da tarefa, (3) discussão da tarefa e (4) sistematização das aprendizagens matemáticas. A diferença entre os dois modelos referidos encontra-se na divisão da terceira fase do modelo de Stein et al. (2008) em duas fases. Por esta via, dão um maior realce ao que designam por fase de sistematização das aprendizagens (em vez de sintetização) que se destina ao reconhecimento dos conceitos e procedimentos matemáticos e ao estabelecimento de conexões com aprendizagens realizadas anteriormente. A quarta fase é, por isso, mais do que uma síntese da discussão, devendo incluir uma reflexão sobre as aprendizagens e sobre as conexões efetuadas.

O ensino exploratório “tem uma natureza marcadamente interativa e, como tal, não depende apenas da natureza da tarefa matemática e do objetivo com que é proposta ou da experiência anterior dos alunos” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012, p.49). Depende, essencialmente, da forma como o professor concretiza a exploração das tarefas com os alunos, ou seja, como apoia os alunos, de forma a que sejam eles a construir o seu conhecimento e não o professor a expô-lo.

O professor desempenha diferentes papéis em cada uma das quatro fases referidas por Oliveira, Menezes e Canavarro (2012). De acordo com estes autores, na primeira fase, cabe-lhe assegurar o envolvimento dos alunos nas tarefas apresentadas ao nível da apropriação e da adesão, pelo que deve estruturar o trabalho dos alunos, ou seja, estabelecer prazos para a realização do que é pedido, organizar o material e os grupos de trabalho.

Na segunda fase, é responsável por garantir a realização da tarefa, da forma mais autónoma possível por parte dos alunos, mantendo o nível de exigência cognitiva da mesma. Para esse efeito, poderá colocar questões, dar pistas ou salientar ideias produtivas, pedir para justificar, fazer representações ou clarificar ideias. Solicitar o registo escrito e organizar o momento de discussão são exemplos de modos de agir do professor nesta fase.

Na terceira fase, além de gerir as interações dos alunos, o professor tem de “orquestrar a discussão, promovendo a qualidade matemática das explicações e argumentações apresentadas” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012, p. 32). Para garantir a concretização da qualidade matemática numa discussão, o professor pode pedir explicações e justificações dos resultados, bem como incentivar a análise e comparação das estratégias apresentadas. A criação de um ambiente propício à partilha e discussão de ideias passa pela promoção, nos alunos, de atitudes de respeito e interesse e pela gestão das relações entre alunos.

Na quarta e última fase, o professor deverá, nomeadamente “institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a tópicos matemáticos suscitados pela exploração da tarefa (...) [e] estabelecer conexões com aprendizagens anteriores” (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012, p. 33).

Em suma, o ensino exploratório da matemática é caracterizado pelo papel que o professor e os alunos têm no processo de ensino e aprendizagem; pela natureza da tarefa e a forma como são dirigidas; e pelo tipo de comunicação que é estabelecida.

2.2. Selecionar tarefas

As tarefas que se propõem aos alunos podem, segundo com Walls (2005), ser nomeadas de formas muito distintas: por exemplo, perguntas, atividades, prolemas, exemplos, fichas, unidades de programa de trabalho, projetos, pesquisas ou trabalhos de casa. Independentemente da nomenclatura usada, é um facto que são uma parte importante no desenvolvimento do currículo, tornando, muitas vezes, possível a existência de momentos ricos de aprendizagem (Stylianides & Stylianides, 2008). Em particular, no ensino exploratório (Canavarro, 2011) é um dos aspetos que assume principal destaque (Canavarro, 2011).

Por vezes, na linguagem do dia-a-dia considera-se que tarefa é sinónimo de atividade. No entanto, no âmbito da educação matemática e, também, deste trabalho trata-se de noções distintas. Com efeito, segundo Ponte (2005), uma tarefa é uma sugestão de trabalho aos alunos, enquanto que a atividade diz respeito a o trabalho desenvolvido à volta de uma tarefa. Assim, uma mesma tarefa pode originar atividades muito diversas. Por exemplo, quando o professor apresenta uma tarefa que,

potencialmente, é um problema para os alunos, estes podem ter que fazer um raciocínio novo e, portanto, enveredar pela resolução do problema recorrendo, nomeadamente a um esquema ou outros recursos, podem identificar de imediato um algoritmo que os conduz à solução e, neste caso resolverão um exercício, ou podem, simplesmente, distrair-se a conversar, desenvolvendo, assim, três atividades diferentes. Esta ideia vai ao encontro do referido por Stein e Smith (2009), que definem “tarefa” como algo que dá origem à atividade na sala de aula.

Nesta perspetiva torna-se essencial a existência de critérios de seleção de tarefas, os quais são da responsabilidade do professor. Estes critérios, segundo o NCTM (2007) dizem respeito ao tipo de alunos, ao conteúdo matemático que se deseja tratar, e à forma de aprendizagem e são eles que tornam, ou não, uma determinada tarefa rica para a aprendizagem.

Stylianides e Stylianides (2008) sublinham que as tarefas devem constituir problemas desafiantes, servindo de indutores para discussões matemáticas. Por seu turno, Wells (2000) destaca que deve haver uma ligação entre as tarefas selecionadas pelo professor e a experiência de vida dos alunos, para que estes encontrem um objetivo para se envolverem nas mesmas. Refere, ainda, que as situações ligadas aos contextos devem provocar interesse dos alunos, de forma a desafiá-los cognitivamente, estimulando a procura de respostas; além disso, devem corresponder a situações a que os alunos possam, imediatamente, atribuir um sentido.

De modo a selecionar tarefas didaticamente significativas para os alunos, o professor deve possuir um conhecimento aprofundado sobre as “aptidões, interesses e experiências dos alunos, como também as várias formas de como os alunos aprendem Matemática” (NCTM, 1994, citado por Ladeira, 2015, p.11).

Esta ideia é reforçada atendendo a que Boavida et al. (2008), realçam que

o professor que proporciona aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento, está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico, tão essencial a várias facetas da vida. (p.33)

Em suma, as tarefas matemáticas constituem uma parte fulcral no processo de ensino e aprendizagem, funcionando como catalisadores para as atividades em sala de

aula. Possibilitam, aos alunos, construir conceitos e compreender procedimentos matemáticos, além de diferentes formas de os representar (Ponte, 2005) e devem ser escolhidas de modo a proporcionar-lhes um percurso de aprendizagem coerente.

Para Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas (1999) “uma aula de Matemática bem-sucedida baseia-se, necessariamente, em tarefas válidas e envolventes” (p.149), as quais permitem explorações matemáticas ricas. Entre estas tarefas estão os problemas que contribuem fortemente para o surgimento de momentos de argumentação em matemática (Boavida, 2005).

De acordo com o Ministério da Educação (2001), “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (p.68) Assim, um problema pode ser traduzido como uma situação que precisa de ser solucionada e que “não pode resolver-se utilizando processos conhecidos ou estandardizados” (Boavida et al., 2008, p.15) e quando o caminho para a sua resolução passa pela utilização de “estratégias” (Boavida et al., 2008, p.15). Sendo uma situação que requer a busca de solução/ões, não pode ser demasiado fácil, pois a sua solução seria facilmente encontrada, mas também não deve ser excessivamente difícil, de forma a impedir a sua resolução ou desmotivando os alunos que procuram resolvê-la.

Boavida et al. (2008) apresentam quatro características do que consideram ser um bom problema matemático. A primeira é que este seja compreensível, sem que tenha uma solução direta; que motive e desperte o interesse da criança é a segunda característica mencionada; a terceira é que seja integrador de vários temas; e a quarta característica, e a mais importante, é envolver diversos métodos de resolução. Acrescentam ainda que “a resolução de problemas é o processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas” (Boavida et al., 2008, p.14).

Proporcionar aos alunos o envolvimento em atividades de resolução de processo contribui para que o processo de ensino e aprendizagem, seja mais rico do ponto de vista pedagógico, não só porque lhes permite que desenvolvam a capacidade de resolver problemas, mas também porque favorece a compreensão de conhecimentos

matemáticos. Esta ideia é sublinhada por Vale e Pimentel (citadas por Ladeira, 2015) que incluem na resolução de problemas a formulação de problemas pelos alunos, destacando as potencialidades desta atividade: “ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso” (Ladeiras, 2015, p.14). Boavida et al. (2008) nomeiam ainda quatro razões pelas quais os alunos devem resolver problemas:

A resolução de problemas proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana. (p.14)

Para se resolver um problema é essencial compreendê-lo e, para isso, dever-se-á percorrer um conjunto de passos. Neste âmbito, Pólya (2003) apresenta um modelo constituído por quatro etapas essenciais: (1) compreensão do problema, o que envolve, nomeadamente uma leitura cuidadosa do problema, conhecer o significado dos termos utilizados e reunir as informações necessárias para poder delinear um caminho para chegar à solução ; (2) planificação de um plano de resolução; (3) concretização desse plano, o que remete para execução e avaliação, do ponto de vista matemático, da estratégia utilizada; e (4) reflexão sobre o que foi feito.

Resolver problemas é, por isso, uma tarefa complexa, porque faz com que os alunos se sintam desafiados “a pensar para além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a racionar matematicamente” (Boavida et al., 2008, p.14). Neste âmbito, o professor tem um papel muito importante. Antes dos alunos iniciarem a resolução de um problema deve: “(i) pedir a um aluno para ler o enunciado do problema em voz alta e discutir palavras ou frases que possam levantar dúvidas; (ii) pedir a outro aluno para recontar o problema por palavras suas; (iii) fazer a compreensão do problema com toda a turma; e (iv) discutir com a turma várias estratégias possíveis de resolução.” (Lopes, Bernardes, Loureiro, Varandas, Oliveira, Delgado, Bastos & Graça, 1999, p.21)

Já durante a resolução, é essencial o professor: “(i) observar, colocar questões e dar sugestões; (ii) proporcionar extensões do problema; e (iii) pedir aos alunos que resolvam o problema de forma a dar uma resposta. Por fim, depois de resolver o

problema, o professor deve: (i) pedir aos alunos que discutam as suas estratégias e (ii) pedir aos alunos que relacionem o problema com outros problemas já resolvidos ou extensões desses problemas.” (Lopes et al., 1999, p.21).

2.3. Orquestrar discussões coletivas

As discussões em sala de aula têm repercussões na aprendizagem dos alunos, na medida em que, podem, ou não, contribuir para os incentivar a avaliarem e refletirem sobre o seu saber e o de outros. Stein et al. (2008), referem que a aprendizagem através da interação e comunicação entre pares é feita “pela sensata seleção das ideias dos alunos, para as discutir numa determinada ordem e induzir os alunos a realizarem conexões matemáticas entre elas” (p. 334). Assim, numa discussão coletiva, o professor apoia-se naquilo que os alunos pensam e partem daí para desenvolver ideias matemáticas.

Ladeiras (2015) apoiando-se numa publicação do NCTM, cuja tradução portuguesa data de 2007, acrescenta que “os alunos também deverão melhorar alguns aspetos como saber ouvir, parafrasear, questionar e interpretar ideias dos outros.” (p.68), ou seja deverão desenvolver atitudes de respeito pelo outro.

Numa discussão, “o professor tem como missão esclarecer os alunos, incentivá-los a assumir riscos, a expressarem as suas opiniões respeitando os outros e fornecer uma direção clara para a discussão” (Ladeiras, 2015, p.24). Para que tal se aconteça, Mestre e Oliveira (2012) sugerem que o professor tem a “responsabilidade” (p. 118) de fazer com que, na sala de aula, as discussões coletivas sejam uma rotina.

Num estudo acerca do papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais, Carvalho e Ponte (2014) chamam a atenção para o papel que o professor deve ter nas discussões e expõem um conjunto de cinco aspetos a que o professor deverá atender:

- (i) criar um ambiente de sala de aula onde os alunos se sintam à vontade para falar das suas estratégias, (ii) escutar atentamente as suas explicações acerca dos seus métodos de cálculo pessoais, (iii) ser capaz de identificar estratégias particulares dos alunos e reforçar positivamente o seu uso, (iv) valorizar o conhecimento sobre os números e a capacidade dos alunos para executarem estratégias eficientes, e (v) assegurar que os alunos passam por experiências suficientes que lhes permitem desenvolver progressivamente estratégias cada vez mais sofisticadas. (Ladeiras, 2015, pp. 23-24).

Preparar a discussão

Stein et al. (2008), Smith, Huges, Engle e Stein (2009) e Smith e Stein (2011) referem um modelo composto pelo que os autores designam por cinco práticas que “enfatizam a importância da planificação” (Smith & Stein, 2011, p. 7) de uma discussão coletiva. As cinco práticas são designadas por: (1) antecipar, (2) monitorizar, (3) seleccionar, (4) sequenciar e (5) estabelecer conexões. Estas cinco práticas relacionam-se entre si, influenciando-se umas às outras. Por exemplo, a fase de antecipação das respostas dos alunos facilita a fase de monitorização e a fase de monitorização permite a concretização da fase de seleção e assim sucessivamente, ou seja, “cada prática depende das práticas que estão embutidas nela” (Stein et al., 2008, p. 322), tal como ilustra a figura 1:

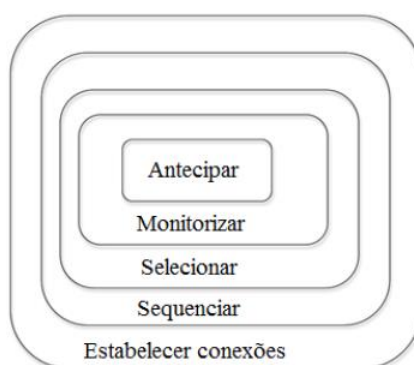


Figura 1 – Diagrama das cinco práticas apresentado por Stein et al. (2008, p. 322)

Antecipar. A antecipação ocorre durante o processo de planificação do professor. Depois de o professor ter decidido que tarefa apresentar, é importante que o professor tente colocar-se no lugar dos alunos e perceber como estes poderão interpretar e resolvê-la. Deve, assim, tentar identificar processos de resolução, corretos e/ou incorretos, de forma a poder preparar-se para o que poderá acontecer e dar a conhecer, aos alunos, o máximo de estratégias possíveis. De acordo com Smith e Stein (2011), “antecipar requer que os professores realizem o problema com o máximo de estratégias possíveis.” (p.8).

Monitorizar. A monitorização realiza-se enquanto os alunos exploram autonomamente a tarefa. Durante esse tempo o professor deve inspecionar o que os alunos fazem e dizem, identificando e seriando potenciais estratégias úteis de serem partilhadas na fase de discussão que podem ter sido ou não identificadas na fase de

planificação. Para tal, deve deslocar-se pela sala e pedir a alunos ou grupos para clarificarem os seus raciocínios.

Selecionar. Durante a monitorização realiza-se a seleção e seriação de estratégias que serão apresentadas à turma. Podem ser apresentados trabalhos corretos, incompletos, errados, com processos de resolução diferentes, inesperados ou cujo grau de dificuldade seja maior/menor. A seleção tem de respeitar os objetivos estabelecidos para aquela discussão, pelo que é feita de forma criteriosa. Desta forma, o professor seleciona os alunos que considera mais adequados ou pertinentes. Caso julgue necessário, pode apresentar uma estratégia que os alunos não utilizaram, para enriquecer a discussão.

Sequenciar. Ao sequenciar, o professor está a estabelecer uma ordem de apresentação das resoluções, com o objetivo de proporcionar uma discussão coerente e que vá, mais uma vez, ao encontro dos objetivos estabelecidos previamente. A sequenciação é planeada durante a fase de antecipação, em que o professor antecipa estratégias de resolução, e durante a monitorização, quando o professor, ao observar o trabalho dos alunos analisa se os raciocínios que emergem estavam previstos ou se é necessário acrescentar ou reorganizar a sequência de apresentação previamente pensada. Desta forma, o professor pode começar a discussão, por exemplo, pela apresentação de estratégias usadas pela maioria dos alunos ou por uma estratégia que contenha um erro frequentemente cometido. Não existe uma forma mais correta de sequenciar as apresentações numa discussão, porque podem ocorrer intervenções inesperadas que mudam o rumo da discussão ou porque o professor decidiu, no momento, alterar a ordem da discussão, por considerar que é o que mais beneficia as aprendizagens dos alunos.

Estabelecer conexões. Esta prática incide no estabelecimento de conexões entre as ideias dos alunos e os conteúdos matemáticos. Nesta fase, é importante que os alunos reflitam acerca do que foi apresentado e que estabeleçam não só conexões entre as estratégias apresentadas, mas também entre os conteúdos matemáticos. Para que isso seja possível, o professor pode, simplesmente, enunciar quais as conexões – de forma transmissiva – ou solicitar que sejam os alunos a fazê-lo, através de questões que os leva a compararem estratégias, por exemplo.

Embora o modo de agir associado a algumas destas práticas só possa ser decidido, em última instância, na sala de aula, os professores devem, antecipadamente, pensar sobre todas elas durante a fase da preparação da aula. No entanto, antecipar uma discussão coletiva é essencial para, por exemplo: “saber como organizar e orientar o trabalho, intuir o melhor momento para colocar uma ou outra questão e decidir qual a sua forma, incentivar, também, os alunos a formularem questões” (PFCM, 2009/2010, p. 1). É, ainda, essencial para que o professor esteja mais seguro do seu trabalho.

Conduzir a discussão

Um estudo realizado por Cengiz, Kline e Grant originou um modelo com três categorias de ações do professor durante a condução de uma discussão coletiva: “levar os alunos a apresentar os seus métodos (*eliciting*), apoiar a compreensão concetual das crianças (*supporting*) e alargar o pensamento dos alunos (*extending*)” (referido por Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013, p.57).

Elicitar as ideias dos alunos remete para “convidar [e] proporciona o envolvimento inicial dos alunos num dado segmento da discussão” (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013, p.59). Apoiar remete para o incentivo e a condução que é dado aos alunos, para que continuem a realizar a tarefa. Para alargar o pensamento dos alunos, o professor pode sugerir e/ou desafiar os alunos. Ao sugerir, “assume o papel de introduzir informação, proporcionar argumentos, ou validar respostas dos alunos” (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013, p. 59). Na ação de desafiar, o professor deseja que sejam os alunos a argumentar e a contribuir com informação.

Um dos meios de que o professor dispõe para conduzir uma discussão coletiva é o questionamento. O questionamento existe em qualquer tipo de aula, isto é, ocorre tanto no ensino denominado tradicional como, por exemplo, no exploratório. Só que há diferenças significativas entre dois tipos de ensino que se prendem, nomeadamente com o tipo e a finalidade das perguntas que são feitas aos alunos. Com efeito, as perguntas podem ter diversas funções. Podem ser: “(i) teste de conhecimentos; (ii) criação de conhecimentos; (iii) desenvolvimento de capacidades; (iv) promoção/manutenção de comportamentos do foro disciplinar. A pergunta

corresponde a um acto de discurso muito utilizado pelos professores nas aulas.” (Menezes, 1999, p. 9).

Neste âmbito, diversos autores sublinham que o tipo de perguntas feitas pelo professor influencia o discurso dos alunos. Por exemplo, Santos, (2008, referindo Gipps) sublinha que quando o professor coloca perguntas fechadas, de modo frequente, os alunos tendem a mudar de opinião, procurando “adivinhar” qual é resposta esperada pelo professor e renunciando à compreensão de qualquer tipo de raciocínio. Por outro lado, “a colocação de perguntas abertas poderá ser interpretada como partilha de controlo e poder, e, até mesmo, daquilo que são considerados conhecimentos aceitáveis e satisfatórios, com os alunos” (Santos, 2008, p. 19).

O questionamento visa promover e apoiar uma interação entre o professor e os seus alunos ou entre os próprios alunos, visando a aprendizagem. Uma interação com essa finalidade deve ter algumas características:

ser intencional; ser participada pelos diversos elementos constituintes da comunidade; considerar o erro sem estatuto diferenciado, não se destacando aqueles que erram daqueles que acertam; privilegiar e respeitar diferentes modos de pensar; e reconhecer a comunidade turma como campo legítimo de validação ou correção de raciocínios e processos. (Santos, 2008, p. 18)

Como foi referido, o questionamento é um dos meios de que o professor pode socorrer-se para orquestrar uma discussão coletiva. No entanto, existem outros recursos que pode utilizar para sustentar a participação e o envolvimento dos alunos na discussão. Entre estes recursos estão, por exemplo, o redizer as contribuições dos alunos e o tom de voz.

Boavida (2005), apoiando-se em ideias apresentadas por O’Connor e Michaels, salienta que os objetivos do redizer (*revoicing*) podem ser muito diversos. Por exemplo, o professor pode redizer o que um aluno disse para tornar uma ideia mais inteligível, para auxiliar na explicação de um raciocínio, para “dar poder a uma voz hesitante” (O’Connor & Michaels citados por Boavida, 2005, p. 106), para alterar o rumo de uma discussão, para identificar como se posicionam os alunos em relação a uma ideia que está a ser debatida, para infiltrar no discurso dos alunos uma maior precisão e correção matemática, e para “dar poder e autoridade a um aluno com uma voz relativamente fraca, ao mesmo tempo que permite ao aluno reter alguma autoria sobre a reformulação” (O’Connor & Michaels citados por Boavida, 2005, p. 107).

O redizer, enquanto estratégia discursiva, pode ter vários formatos que Forman et al. (1998) sintetizam em repetição, expansão, reformulação e relato. Através da repetição o professor consegue dar destaque a determinados argumentos, uma vez que repetir é dizer exatamente o que foi dito. Ao expandir, o professor está a acrescentar algo ao que repetiu, com o objetivo de mencionar ou reforçar determinados aspetos importantes num argumento, dando espaço à entrada de ideias matemáticas. Boavida (2005) apresenta, no seu estudo, um exemplo ilustrativo do que referi:

Numa aula focada no estudo de unidades de medida, um aluno pode indicar que a área de uma determinada figura cujas dimensões estão expressas em *cm*, é 20. Se o professor o interpelar perguntando-lhe se quer dizer 20 cm^2 , está a redizer a sua contribuição, via repetição e expansão. Neste caso, a expansão pela introdução da unidade de medida, constitui um meio de chamar a atenção da turma para um aspecto importante da Matemática que pretendia trabalhar na aula. Mas ao mesmo tempo que aceita a resposta do aluno, o professor proporciona-lhe, também, o direito de avaliar a correcção da sua própria inferência feita a partir dela. (Boavida, 2005, p.106)

Já ao reformular uma ideia, está a torná-la mais explícita para o grupo. Por fim, através do relato, o professor pode pretender que os alunos assumam uma posição face ao que é dito ou dar visibilidade a uma ideia. Além disso, os relatos podem assumir “o formato de pontos de situação” (Boavida, 2005, p.913) que se destinam “em especial, a sistematizar ideias apresentadas no decurso da discussão, clarificar o objecto do debate ou destacar posições em confronto e argumentos apresentados a favor ou contra uma ou outra posição” (Boavida, 2005, p.913-914).

Através do redizer, o professor consegue “comunicar o modo de pensar sobre como se deve desenvolver a actividade matemática e o respeito pelas ideias dos alunos e encorajar o desenvolvimento da voz matemática dos alunos” (Franke, Kasemi & Battey citados por Ramos, 2009, p. 20). O redizer integra, assim, uma forma de trabalhar “com as ideias dos alunos que responde, simultaneamente, aos alunos e à Matemática incluída, num dado momento” (Boavida, 2005, p. 107), porque os conteúdos matemáticos são conectados com as ideias apresentadas.

O tom de voz é um dos recursos usados por Lampert (2001) para conduzir uma discussão coletiva. Este recurso é, também, destacado por Boavida (2005) que sublinha que as professoras com quem trabalhou o usaram de diferentes formas e com diversos propósitos. Nuns casos foi um recurso para enfatizar ideias. Através dele ambas

procuraram “realçar contribuições particulares para os alunos focarem aí a sua atenção e poderem pronunciar-se sobre elas, sublinhar aspectos relevantes de uma intervenção e organizar a discussão quando surgem vários objectos de debate” (p. 882). Uma das professoras usa-o, também, para “controlar o aparecimento extemporâneo de contribuições que possam limitar as possibilidades de participação de alguns alunos” (p. 752), ou seja, que podem extinguir, prematuramente, uma discussão. Nestas ocasiões, a professora recorre “a um tom de voz muito baixo, acompanhado de linguagem gestual ou expressões faciais meigas ou cúmplices” (p. 882), destinado a silenciar vozes de alunos que são poderosas na turma procurando evitar que estes alunos se sintam marginalizados.

Assim, através do tom de voz pode-se influenciar o pensamento dos alunos e o rumo de uma discussão, já que este pode indiciar que se deve dar ênfase a uma determinada ideia. Ao mesmo tempo, pode ser uma forma de prender, ou não, a atenção dos interlocutores. Por exemplo, se o tom de voz utilizado durante uma discussão for monocórdico, é provável que os interlocutores se aborreçam e deixem de se centrar na atividade da aula.

2.4. Construir e manter uma comunidade de discurso matemático

O processo de ensino e aprendizagem da matemática depende, nomeadamente da perspectiva que o professor tem sobre esta disciplina, do tipo de discurso matemático que pretende promover na aula e do ambiente de aprendizagem que pretende valorizar.

A expressão discurso matemático, refere-se às “formas de representar, pensar, falar, concordar ou discordar que o professor e os alunos usam” (NCTM, 1994, p.22) para se envolverem em atividades matemáticas, nomeadamente problemas, questões, exercícios, projetos. O discurso diz respeito não só à forma como as ideias são trocadas, mas também ao que pretendem transmitir. Este operacionaliza-se através das atividades desenvolvidas e do ambiente proporcionado.

Segundo o NCTM (1994), o discurso desejável na aula de matemática implica compreender “o que faz com que algo seja verdade ou plausível em matemática (...) [ou] como descobrir se uma coisa faz ou não sentido” (p. 36), sem que o que valida a

sua veracidade seja o facto de estar no manual de o professor o ter dito. O importante é que é ter “o raciocínio e a evidência matemática como base do discurso” (NCTM, 1994, p. 36). Para que este cenário possa ocorrer, o discurso utilizado na aula de matemática envolve não só a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas também a comunicação sobre os mesmos, pois “a natureza da actividade e do diálogo na sala de aula determina as oportunidades que cada aluno tem para aprender tópicos específicos, bem como para desenvolver as suas capacidades de raciocínio e de comunicação sobre estes tópicos” (NCTM, 1994, p.57).

Neste sentido, cabe ao professor, tentar construir e manter uma comunidade de discurso matemático. Sherin (2002) usa a expressão “comunidade de discurso” para especificar ambientes de sala de aula onde a turma trabalha com o objetivo de chegar a um consenso acerca do significado de ideias matemáticas. Para chegar a esse consenso, os alunos apresentam e defendem as suas ideias através da argumentação. A expressão “comunidade de discurso matemático” tem como propósito “ênfatar que esta comunicação diz respeito à Matemática em particular” (Sherin, 2002, p. 207).

Numa aula que constitua uma comunidade de discurso matemático, o papel do professor e dos alunos é bem diferente do que assumem no ensino dito “tradicional”.

De acordo com o NCTM (1994) cabe ao professor “provocar o raciocínio dos alunos em matemática” (p.37). Em particular, é importante que coloque questões e apresente tarefas que desafiem o pensamento; ouça atentamente as ideias dos alunos; lhes peça justificações e explicações; determine que ideias devem ser aprofundadas ou não; decida quando e como introduzirá a informação relevante à discussão, os conceitos ou os conteúdos matemáticos; introduza notações e linguagem matemática em propósito das ideias dos alunos; e ainda gira e encoraje a participação dos alunos (NCTM, 1994).

Quanto ao papel dos alunos o NCTM (1994) salienta que é esperado que formulem conjecturas; que oiçam e façam perguntas ao professor; que raciocinem através de conexões, resolução de problemas e comunicação; que analisem exemplos e contra-exemplos na busca de soluções para problemas; e que “tentem convencer-se a si próprios e aos outros da validade de determinadas representações, soluções, conjecturas e respostas” (p.48).

Numa comunidade de discurso matemático, predomina o que Brendefur e Frykholm (2000) designam por comunicação reflexiva e comunicação instrutiva. Com efeito, em aulas em que estes tipos de comunicação são valorizados — e contrariamente ao que acontece naquelas em que é dominante a comunicação unidirecional e a contributiva Brendefur e Frykholm (2000) — a reflexão sobre as ideias matemáticas em jogo está em primeiro plano e ocorre uma contínua negociação e renegociação de significados.

Uma comunicação com características do tipo que Brendefur e Frykholm (2000) consideram incentivar a reflexão, proporciona uma melhor aprendizagem aos alunos. Simultaneamente, ocasiona indicadores sobre o seu conhecimento, principalmente porque lhes permite identificar possíveis conceções erróneas, ou seja, possibilita “uma avaliação baseada na reconstrução pelo aluno do conhecimento matemático transmitido pelo professor” (Menezes et al., 2014, p.138). Por esse motivo, não é algo que possa resumir-se à interação espontânea entre os indivíduos da sala de aula.

Para ajudar o professor neste tipo de interações, existem estudos que evidenciam estratégias para o professor poder utilizar. Um deles é o que o Assessment Group, do King’s College de Londres realizou e que alude para as seguintes estratégias:

Dar tempo / saber esperar (para desta forma possibilitar que os alunos desenvolvam e exponham raciocínios); envolver maior número de alunos na discussão (motivando o aparecimento de respostas alternativas e as interações do tipo aluno-aluno); aprender a lidar com respostas erradas (direcionando o comentário e a correção para outros alunos). (Miguel, 2012, p.9)

Para a existência de uma comunidade de discurso matemático, a atividade da sala de aula deve ser regulada por um certo tipo de normas sociais e sociomatemáticas (Boavida, 2005; Sherin, 2002). De acordo com Yackel e Cobb (1998), normas sociais são normas que regulam as interações sociais entre os professores e os alunos e são continuamente negociadas e renegociadas no decorrer das atividades da aula. Estas normas são, portanto, transversais a todas as disciplinas. As normas sociomatemáticas dizem respeito especificamente às normas que relacionadas com o conteúdo matemático das interações.

Para ilustrar a diferença entre estes dois tipos de normas, Yackel e Cobb (1998) referem:

A compreensão de que dos alunos se espera que expliquem as suas soluções e os seus modos de pensamento é uma norma social, enquanto que a compreensão do

que é considerado uma explicação matemática aceitável é uma norma sociomatemática. Do mesmo modo, a compreensão de que quando se discute um problema os alunos devem apresentar-se soluções diferentes daquelas já apresentadas é uma norma social, enquanto que a compreensão do que é considerado a diferença matemática é uma norma sociomatemática. (pp. 3-4)

Normas sociais e sociomatemáticas que ponham em lugar de destaque a importância da expressão audível, da escuta atenta, da partilha organizada de ideias, da expressão pública de desacordos, caso existam, da resolução de desacordos, recorrendo à racionalidade matemática e da explicação e justificação de raciocínios, são essenciais para a construção de uma cultura de argumentação (Boavida, 2005). Para que os alunos se apropriem destas normas e ajam de acordo com elas, é necessário que exista sistematicidade, persistência e coerência e contextualização no processo de negociação:

Evidenciam-se três atributos no processo de negociação de normas: *a importância da sistematicidade e persistência* que remete para a necessidade de um investimento continuado e não pontual no processo de negociação; *a pertinência de uma negociação contextualizada* que remete para a necessidade da negociação de normas se enraizar nos acontecimentos da aula; *a essencialidade da coerência* que remete para a necessidade de existir uma forte e sistemática consistência entre o que explicitamente se diz e as mensagens que implicitamente se veiculam através do modo como se age. (Boavida, 2005, p. 910, destaque no original)

Em suma, criar e manter uma comunidade de discurso matemático com as características referidas por Sherin (2000) implica que o professor e os alunos assumam um determinado papel no discurso da aula e que o professor procure, de sistemática e coerente instituir uma cultura de sala regulada por um certo tipo de normas sociais e sociomatemáticas.

3. Desafios

Conduzir o trabalho de ensino de modo a que a prática da argumentação nas aulas de matemática esteja em primeiro plano, é um processo complexo que coloca o professor perante vários desafios. Estes desafios podem provir de várias situações, podendo estar relacionados com os conteúdos matemáticos a ensinar ou caminhos que opta por seguir, tais como a seleção de tarefas, o tipo de ambiente de aprendizagem que pretende ter na aula e o modo como orchestra discussões coletivas.

As tarefas são uma componente fulcral para a promoção de atividades de argumentação. Se forem tarefas desafiadoras e que podem ser resolvidas recorrendo a várias estratégias, a partilha e análise coletiva destas estratégias permite o confronto de

perspetivas que poderão levar a percursos não antecipados pelo professor e à emergência de desacordos. É difícil, muitas vezes, antecipar as respostas dos alunos ou os tipos de raciocínio que irão surgir. Isso constitui um desafio para o professor, na medida em que, por melhor que prepare as aulas, muito dificilmente poderá prever todas as situações que aí ocorrerão. O fator surpresa associado a acontecimentos inesperados, pode levar a que nem sempre consiga tirar o melhor partido do que os alunos dizem e fazem de modo a que se envolvam na explicação e justificação de raciocínios próprios e na análise crítica de contribuições de colegas.

As discussões coletivas, sendo um contexto facilitador da emergência e desenvolvimento de episódios de argumentação (Boavida, 2005), albergam, igualmente, desafios para o professor.

Canavarro (2011) inventaria um conjunto de desafios associados à preparação e condução de discussões coletivas. Boavida (2005) discrimina, também, alguns desafios que se colocam ao professor quando pretender orientar as suas aulas para o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática. A tabela 1 apresenta o que é referido, a este propósito, pelas autoras.

Tabela 1 – Lista de desafios relacionados com a orquestração de discussões e com a promoção da argumentação matemática.

Boavida (2005, pp. 915-917)	Canavarró (2011, pp. 16-17)
<ol style="list-style-type: none"> 1. “Encontrar um equilíbrio entre apoiar a participação de elementos particulares e, ao mesmo tempo, envolver a turma como um todo”; 2. “Promover o envolvimento dos alunos na apresentação e defesa de argumentos que, para os alunos, justificam as suas ideias e, simultaneamente, conseguir que as trocas discursivas tenham valor matemático”; 3. “Agir de modo a mostrar aos alunos que é importante expressarem-se em voz audível por todos, por escutarem atentamente e por tentarem compreender os colegas”; 4. “Contrariar concepções fundadas na ideia de que é apenas o professor quem detém na aula o poder de avaliar contribuições que surgem e o único responsável por exercê-lo”; 5. “Tornar inteligível que uma generalização feita a partir da observação de regularidades em vários exemplos não constitui uma prova matemática e ajudar os alunos a produzirem provas com sentido para si”; 6. “Favorecer o entendimento do valor da actividade de formulação de conjecturas, encontrar meios de facilitar a construção de enunciados não ambíguos e lidar com o dilema da escolha das conjecturas a provar na aula”; 7. “Compreender, no momento, contribuições inesperadas, encontrar a melhor forma de com elas lidar e fazer face às inseguranças que, nalguns casos, originam”; 8. “Orquestrar discussões de modo a não serem dominadas por vozes poderosas, identificar questões ou intervenções para alimentar a conversação sem fazer o trabalho dos alunos e tentar impedir que o fascínio experienciado perante a troca de ideias significativas mas restritas a alunos com estas vozes, enfraqueça a consciência da importância de alargar as discussões a outros”; 9. “Procurar equilíbrios entre apoiar a actividade dos elementos da turma, ajudando-os a progredir mas favorecendo a sua autonomia”; 10. “Articular responsabilidades do professor enquanto representante da comunidade matemática na aula com outro tipo de responsabilidades didácticas”; 11. “Monitorizar a gestão do tempo enfrentando conflitos resultantes do confronto entre os modos como, enquanto professoras de Matemática, desejam agir e constrangimentos associados à necessidade de trabalhar com os alunos todos os temas curriculares”. 	<ol style="list-style-type: none"> a. “Escolher criteriosamente tarefas matemáticas valiosas com potencial para proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos”; b. “Aprofundar a exploração matemática das tarefas durante a planificação, (...) incluindo a antecipação das resoluções esperadas pelos alunos e a previsão de possíveis caminhos para atingir o propósito matemático da aula em articulação com os raciocínios que surgirem”; c. “Prever a utilização de recursos que agilizem a comunicação dos alunos na fase de discussão”; d. “Gerir sem desperdícios todos os minutos para que na mesma aula se complete o trabalho em torno de uma tarefa, evitando ao máximo adiar para a aula seguinte (...)”; e. “Evitar estender o tempo de trabalho autónomo dos alunos mesmo que alguns não tenham completado tudo o que poderiam fazer”; f. “Controlar as questões e comentários que se oferecem aos alunos durante a apresentação da tarefa e durante o trabalho autónomo de modo a não lhes indicar «a» estratégia a seguir”; g. “Resistir a validar as resoluções dos alunos durante o respectivo trabalho autónomo de modo a não reduzir o seu interesse genuíno por participar na discussão”; h. “Recusar a alunos que se voluntariam a possibilidade de apresentar as respectivas resoluções à turma, caso estas não contribuam para o desenvolvimento matematicamente mais interessante idealizado pelo professor”; i. “Favorecer a discussão efectiva de ideias por parte dos alunos a partir da qual possam aprender conceitos e procedimentos matemáticos (...)”; j. “Promover um ambiente estimulante na sala de aula em que os alunos sejam encorajados a participar activamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber dos outros, a ouvir, a falar, a explicar, a questionar e a contribuir de forma construtiva para o apuramento de um saber comum com validade matemática”.

A análise da tabela 1 permite constatar que há bastantes pontos de contacto, associados à condução da aula, entre os desafios mencionados por Canavarro (2011) e por Boavida (2005). Entre estes estão, nomeadamente: gerir o tempo (11, e, d); fazer face a conflitos (7, 8, 9, 10); ensinar o valor da expressão audível e da escuta atenta (3, j); gerir o discurso, que pode passar por tirar partido das contribuições dos alunos para favorecer a aprendizagem de ideias matemáticas (1, f) e/ou pelo controle do discurso do professor na fase de apresentação da tarefa e trabalho autónomo (2, h, i); e, por fim, partilhar o poder avaliativo (4, g). Apesar destes pontos de contacto, existem outros aspetos referidos pelas autoras que são singulares. Canavarro (2011) identifica desafios relacionados com a preparação da aula: seleção de tarefas (a), exploração matemática das tarefas (b) e recursos a agilizar para a discussão (c). Já Boavida (2005) identifica aspetos especificamente associados a uma das vertentes da argumentação matemática (5, 6).

Um outro desafio diz respeito à validação de raciocínios. No ensino dito tradicional esta é feita pelo professor ou pelo livro, sendo que, no último caso, o aluno verifica se resolveu corretamente ou incorretamente, conforme se encontra escrito no livro. Só que é importante que os alunos se responsabilizem pelos argumentos que utilizam e pela forma como pensam fundamentá-los perante os colegas. Pelo nível de conhecimento que os alunos têm, nem sempre lhes é fácil (in)validarem argumentos de outros alunos, principalmente quando pensam que “comprometerem-se com a coerência, avaliação ou justificação dos seus raciocínios, (...) com a análise crítica e fundamentada do que ouvem dos colegas” (Boavida, 2005, p. 8) não faz parte do seu papel. É neste momento que surge o desafio do professor que, sendo o representante da comunidade matemática na sala de aula, é esperado que valide/invalida um determinado argumento. Assim, em situações de impasse, ele não deve tomar logo uma decisão como essa, pois irá transmitir que a responsabilidade está no professor. Ao invés disso, deve ajudar os alunos a sair da situação de impasse. É claro que, pelo nível de conhecimento que os alunos têm, o professor será quem, em última instância, poderá validar um argumento, caso perceba que este não é verdadeiro e a turma não consiga invalidá-lo.

Outro desafio encontra-se relacionado com a gestão de divergência de ideias. Aqui o professor enfrenta o desafio de gerir a ordem de participação dos interlocutores na discussão e de como conduzir ideias divergentes que vão surgindo, de modo a ir ao encontro da planificação e dos conteúdos que tinha pensado, face aos que podem surgir durante a discussão. Defronta ainda o desafio ligado à gestão das ideias matemáticas que não estão corretas, ou seja, como proteger os alunos que contribuem com ideias erradas, sem colocar os alunos numa situação vulnerável, bem como com medo de errar, porque “pode haver alunos que se sentem perturbados pelo facto das suas ideias serem sujeitas a críticas” (Lampert, referida por Boavida, 2005, p. 117). Uma forma que o professor tem de proteger os alunos é através da antecipação de ideias, à medida que vai conhecendo o grupo; de monitorizar as tarefas, para perceber que raciocínios emergem; valorizando o erro; e tentando valorizar os alunos que contribuem com raciocínios incorretos, quando estes apresentam raciocínios corretos.

Para promover e manter uma comunidade de discurso matemático é necessário que haja uma constante negociação de normas sociais e sociomatemáticas que ponham a ênfase no respeito pelo outro, na valorização do erro e no comprometimento dos alunos com a racionalidade matemática. Neste âmbito, o professor precisa de lidar com o desafio de tentar antever de que forma irá conduzir os diferentes momentos da aula e promover e apoiar

o discurso desejável numa aula com uma cultura de argumentação [que] a apresentação, pelos alunos, de argumentos em defesa das suas ideias, a análise crítica de contribuições dos colegas, a discussão da legitimidade matemática de cadeias de raciocínio, a expressão de desacordos quando existem e sua resolução, a fundamentação de posições com argumentos de carácter matemático, [e] a e a avaliação de se é, ou não, apropriado usar um determinado raciocínio na resolução de um problema. (Boavida, 2005, pp. 95-96)

As aulas de matemática não constituem, usualmente, um espaço “em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem a argumentar com os seus pares” (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p.41), pelo que é normal que, inicialmente, as discussões sejam um momento de caos para o professor, pois existe uma certa agitação dos alunos e desorganização na sua participação. Por esse motivo, orientá-los nesse sentido é também um desafio. Esta orientação tem de ser feita sistemática e continuamente para que os alunos interiorizem esta prática, pois “a aprendizagem da

prática de discussão é algo que leva o seu tempo” (Tudella, Ferreira, Bernardo, Pires, Fonseca, Segurado & Varandas, 1999, p.95, citado por Ramos, 2009, p. 29).

É de salientar que a instituição de normas sociais em sala de aula é um processo que não só necessita de tempo, mas também de perseverança e investimento por parte do professor.

Por tudo o que foi referido anteriormente, torna-se perceptível que o professor não consegue antecipar e controlar uma discussão coletiva, pelo que, é normal que em diversas situações tenha de improvisar. Este imprevisto traz desconforto, porque entrará por um caminho que não planeou e pode não se sentir confortável em explorá-lo. Uma vez que não é possível prever todo o tipo de questões que podem surgir numa aula, “aumenta a necessidade de um conhecimento profundo sobre a área científica de ensino e um conhecimento sobre os processos de aprendizagem dos alunos para permitir tornar compreensível o que se está a passar na sala de aula” (Moyer & Milewicz, referido por Santos, 2008, p.22).

Em conclusão, são diferentes os desafios com os quais o professor tem de lidar e, contrariamente ao que se podia esperar, estes não são exclusivamente matemáticos ou didáticos. De uma forma geral, os desafios passam pela necessidade de fazer com que os alunos sintam a necessidade de justificar as suas ideias, quer oralmente, quer por escrito; que participem organizadamente e de forma audível por toda turma e não apenas pelo o professor; que percebam como se argumenta coletivamente, isto é, como podem colaborar numa discussão; e que entendam que os resultados a que chegam podem estar incorretos, mas que o processo de discussão é fundamental para se perceber o erro. Passam, também, pela capacidade que os professores têm de ter para orientar as contribuições dos alunos, que surgem naturalmente; de administrar o tempo de aula; de lidar com a pressão do programa e dos pais/escola; e, por fim, de gerir a ansiedade que todas estas situações causam. No entanto, todos estes desafios podem ser ultrapassados com tempo e persistência. Pode-se, assim, compreender a complexidade deste tipo de prática e refletir sobre como estas mudanças influenciam psicologicamente o professor, uma vez que, toda a mudança causa uma certa angústia.

Capítulo 3

Metodologia

Os estudos de natureza investigativa seguem um conjunto de normas que permitem validá-la perante a comunidade académica. Assim, neste capítulo apresento e justifico as opções metodológicas que adotei para este estudo, bem como os métodos de recolha e análise de dados.

Descrevo igualmente em traços gerais a intervenção pedagógica, bem como o contexto em que decorreu o estudo.

1. Opções metodológicas: Perspetiva geral

Para ser possível existir uma investigação, seja ela de que tipo for, é necessário que haja um investigador para que possa compreender os fenómenos. No caso de uma investigação em educação, o principal objetivo de um investigador é compreender uma determinada realidade (Sousa Santos referido por Alves & Azevedo, 2010, p.3). Assim, os trabalhos de investigação no campo da educação têm uma componente reflexiva “quer por referência aos próprios sujeitos que a realizam, quer relativamente aos processos, práticas e contextos educativos que tomam por objecto” (Alves & Azevedo, 2010, pp.12-13), o que faz com que existam implicações no modo como se conduz uma investigação.

Para que uma investigação em Ciências Sociais e Humanas seja considerada válida é necessário que cumpra um certo tipo de requisitos que se prendem, nomeadamente com a metodologia utilizada e sua adequação ao(s) objeto(s) de investigação. Com efeito, numa investigação, “a construção e mobilização de conceitos, modelos e teorias não ocorrem arbitrariamente” (Afonso, 2005, p.24).

Em 1962, Kuhn introduziu o conceito de paradigma, referindo que se trata de “uma constelação de crenças, valores e técnicas (...) partilhada pelos membros de uma dada comunidade [científica]” (Kuhn referido por Afonso, 2005, p.24). Um paradigma é “um modelo para o “que” e para o “como” investigar num dado e definido contexto histórico/social.” (Kuhn referido por Coutinho, 2011, p.9). Assim, numa investigação científica o paradigma tem duas funções fundamentais: “a de unificação de conceitos,

de pontos de vista, a pertença a uma identidade comum com questões teóricas e metodológicas; a legitimação entre os investigadores, dado que um determinado paradigma aponta para critérios de validade e de interpretação” (Coutinho, 2005, citada por Coutinho, 2011, p.9).

Nos dias de hoje, considera-se que em Educação há, tipicamente, três paradigmas – positivista ou quantitativo, qualitativo ou interpretativo e sócio-crítico ou hermenêutico – embora esta posição não seja consensual (Coutinho, 2011).

Tendo por base esta tipologia, considero que o projeto de investigação que desenvolvi se insere no paradigma interpretativo.

O paradigma interpretativo é caracterizado pela imersão “no mundo pessoal dos sujeitos (...) para saber como interpretam as diversas situações e que significado tem para eles” (Latorre et al., referidos por Coutinho, 2011, p.16). Procura-se, portanto, “compreender o mundo complexo vivido desde o ponto de vista de quem vive” (Mertens, citado por Coutinho, 2011, p.17). Por outras palavras, o objetivo é interpretar, compreender e dar significado ao objeto de estudo.

Bodgan e Biklen (1994) referem que o paradigma interpretativo se insere numa abordagem metodológica que designam por qualitativa. Os mesmos autores referem que esta abordagem tem cinco características principais: (1) “a fonte de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (p.47), já que os investigadores inserem-se e gastam uma grande quantidade de tempo no meio; (2) “é descritiva” (p.48), ou seja, os dados recolhidos não se resumem a dados quantitativos, mas a palavras ou imagens; (3) “os investigadores (...) interessam-se mais pelo processo do que [...] pelos resultados ou produtos” (p.49); (4) “os investigadores tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (p.50), ou seja, de forma a tirarem conclusões, já que não têm objetivo de confirmar hipóteses construídas previamente; (5) a importância do “significado” (p.50), uma vez que os investigadores interessam-se pelo modo como o sujeito de investigação dá sentido à vida.

A abordagem qualitativa é “aquela em que melhor se compreendem os fenómenos educacionais, apreendendo-os na sua complexidade e dinâmica, e conjugar as diferentes abordagens disponíveis para uma melhor compreensão dos problemas em estudo” (Gonçalves, referido por Alves & Azevedo, 2010, p.44). Esta abordagem possibilita “elaborar propostas fundamentadas, oferecer explicações dos fenómenos e

tomar decisões informadas para a acção educativa, contribuindo tanto para a teoria como para a prática” (McMillan & Schumacher referido por Alves e Azevedo, 2010, p.49). Além disso, os investigadores qualitativos, em educação, questionam continuamente os sujeitos que investigam, com o objetivo de perceber “aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem” (Psathas referido por Bogdan & Biklen, 1994, p.51).

Tendo como foco o estudo a minha prática, pretendo entender qual o papel do professor, sujeito da ação, quando decide orientar o seu ensino, no sentido de envolver os alunos em atividades de argumentação matemática. Assim, interpretar e compreender a complexidade deste tipo de prática são as palavras-chave desta investigação. Isto permitir-me-á contribuir para melhorar a minha prática de intervenção futura e espero, também, para o conhecimento sobre a dinâmica da argumentação na aula de matemática. Por esse motivo, posso afirmar que o presente estudo insere-se numa abordagem qualitativa e num paradigma interpretativo.

O estudo constitui, ainda, uma investigação sobre a própria prática. Este tipo de investigação é, segundo Ponte (2002), uma atividade intencional, planeada e sistemática, com o objetivo de atribuir sentido a questões que refletem as preocupações dos professores.

A investigação sobre a prática pode ter dois tipos objetivos principais. Um deles é “alterar algum aspecto da prática, uma vez estabelecida a necessidade dessa mudança” (Ponte, 2002, p. 3) e o outro é “compreender a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção” (Ponte, 2002, p. 4). Assim, este tipo de investigação pretende resolver “problemas profissionais e aumentar o conhecimento relativo a [...] problemas, tendo por referência principal, não a comunidade académica, mas a comunidade profissional”. (Ponte, 2002, p.8)

Por fim, Richardson (1994) acrescenta que a investigação sobre a prática “não é conduzida para desenvolver leis gerais relacionadas com a prática educacional, e não tem como propósito fornecer a resposta a um problema” (p.7). São os resultados que

inspiram outras formas de olhar para o contexto ou problema e pensar em novas hipóteses de mudanças.

No âmbito da investigação sobre a prática realizei um estudo de caso cujo foco foi o meu papel como promotora de atividades de argumentação em matemática.

Um estudo de caso é “um fenómeno de algum tipo que ocorre num contexto limitado (...), há um foco (...) do estudo, e uma fronteira de certo modo indeterminada define o limite do caso: o que não será estudado” (Miles & Huberman, referidos por Machado, 2010, p. 25). O estudo de caso consiste “na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (Merriam, referido por Bogdan & Biklen, 1994, p.89).

Dooley acrescenta que o estudo de caso é uma ótima modalidade “para desenvolver teoria, para produzir nova teoria, para contestar ou desafiar teoria, para explicar uma situação, para estabelecer uma base de aplicação de soluções para situações, para explorar, ou para descrever um objecto ou fenómeno” (p.52).

Segundo Guimarães (2007) um bom estudo de caso qualitativo deve atender aos seguintes critérios: ser particularístico, descritivo, indutivo, heurístico e holístico. Particularístico, na medida em que se focaliza “numa situação, acontecimento, programa ou fenómeno particular” (p.17). Descritivo, porque o seu produto final é “uma descrição “grossa” rica do fenómeno em estudo (...), descrição literal completa do incidente ou entidade em investigação” (p.18). Indutivo, pois “as generalizações, conceitos ou hipóteses emergem de uma análise de dados, dados estes enraizados no próprio contexto [raciocínio indutivo]” (p.19). Estudos Heurísticos, que, noutras palavras, significa que “esclarecem a compreensão do fenómeno em estudo, e que podem proporcionar descoberta de um novo significado”, uma vez que o que caracteriza um estudo de caso qualitativo “é a descoberta de novas compreensões, relações e conceitos, mais do que a verificação de hipóteses pré-determinadas” (p.20). Holístico, ou seja, em que se “tomam a entidade ou fenómeno em análise como uma totalidade complexa e procuram estudá-la como tal” (p.21).

O objetivo do meu estudo e questões a ele associadas sugerem, igualmente, a adequação da realização de um estudo de caso, na medida em que “uma pergunta explicativa (explanatory question): **como** ou **porquê** alguma coisa aconteceu? (...) e a necessidade de “esclarecer uma situação particular para chegar a uma íntima (i.e. em

profundidade e em primeira mão) compreensão dessa situação” (Yin, referido por Duarte, 2008, p.116).

2. Recolha de dados

2.1. Onde

O meu estágio teve lugar numa turma do 6.º ano de uma escola básica do distrito de Setúbal, a qual constitui sede de agrupamento. Esta possui oito turmas de 1.º ciclo, onze turmas de 2.º ciclo, dezasseis de 3.º ciclo e uma turma de C.E.F..

A escola é relativamente recentemente, tendo sido equipada com a ajuda de alguns dos atuais professores, isto é, foram eles quem carregaram as mesas e cadeiras de algumas das salas. Este envolvimento desenvolveu um sentido de pertença à escola, que se manifesta nas inúmeras iniciativas que desenvolvem para angariar dinheiro para novos equipamentos e nas dinâmicas de grupo entre professores, nomeadamente para integrar e aproximar os novos professores, criando-se um clima familiar.

A turma de 6º ano era constituída por vinte alunos, seis raparigas e catorze rapazes, com idades compreendidas entre os onze e os catorze anos, sendo a moda doze.

Segundo os seus professores, existem três casos de alunos assinalados com Necessidades Educativas Especiais: um com dislexia; outro a nível emocional, tendo sido expulso da escola anterior por agressão verbal aos professores e colegas; e um terceiro com dificuldades na leitura e comunicação escrita.

As raparigas da turma são muito pouco participativas, quando comparadas com os rapazes, principalmente quando é requerido que interpretem imagens ou textos ou que manifestem a sua opinião. São tímidas, têm bastante receio de errar e algumas evidenciam dificuldades ao nível da expressão oral. Os rapazes são mais participativos, mas com a exceção de cinco deles, a sua participação é pobre em termos da interpretação de acontecimentos, textos e imagens. De uma maneira geral pareceu-me ser uma turma pouco interventiva, que desvaloriza a escrita e que prefere assimilar o conhecimento de uma forma mais passiva, ou seja, que seja o professor a transmitir o conhecimento. De acordo com a professora cooperante e com aquilo que fui

observando, a turma tinha alunos muito bons a matemática (menos de metade da turma) e outros com muitas dificuldades (cerca de metade da turma).

As aulas de matemática ocorreram sempre na sala 22, uma sala equipada com um quadro branco e projetor.

2.2. Quando

Entre os meses de fevereiro e abril de 2015, concebi e concretizei, na referida turma, uma intervenção pedagógica com a duração de cinco semanas. As aulas de matemática ocorriam 3 vezes por semana distribuídas da seguinte forma: um bloco de 50 minutos à terça-feira e dois blocos de 90 minutos à segunda-feira e à quarta-feira, com um intervalo de 10 minutos a meio. Tendo em conta o número de semanas e a distribuição da carga horária semanal, intervim em nove aulas de 90 minutos e cinco aulas de 50 minutos.

Durante este período, lecionei conteúdos relacionados com a proporcionalidade (razão, proporção, grandezas diretamente proporcionais e escalas), percentagem e, já no final da intervenção, iniciei as sequências e regularidades (contagens e expressões numéricas).

As planificações que elaborei contaram com a opinião e o aval da minha professora cooperante e da orientadora de estágio, pelo que tive em conta, não só a planificação de tarefas, tendo em vista o desenvolvimento do projeto de investigação, mas também sugestões de exercícios para consolidação de conhecimentos, revisão e avaliação propostos pela professora cooperante da turma. As minhas planificações semanais foram sendo, assim, alteradas, conforme se foi justificando.

Como lecionei numa turma do 6.º ano que teria que realizar o exame nacional de matemática, o tempo que dispus para a realização de tarefas que considerava propícias à emergência e desenvolvimento de atividades de argumentação na aula foi reduzido. Tentei, desse modo, aproveitar os acontecimentos da aula para fazer surgir episódios de argumentação, pois como refere Boavida (2005) no seu estudo:

actividades de carácter argumentativo podem surgir mesmo no âmbito da resolução de exercícios, se o professor estiver atento aos acontecimentos da aula e os rentabilizar incentivando a apresentação de explicações e justificações e delegando nos alunos a responsabilidade de avaliarem ideias que surgem e de se posicionarem relativamente a elas. (p.896)

A tabela 2 apresenta as tarefas escolhi, intencionalmente, tendo em vista o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática. Quanto à sua natureza, todas são problemas se tiver por referência o significado atribuído a esta noção por diversos autores entre os quais estão, por exemplo, Ponte et al. (1999), Boavida (2008) e Vale e Pimental (2012).

Tabela 2 – Tarefas selecionadas, intencionalmente, durante o período de intervenção.

Data de exploração	Nome da tarefa	Tempo despendido na exploração
23-2-2015	Tarefa “Sr. Pequeno” ²	30 Minutos
23-2-2015	Tarefa “Os bancos” ³	50 minutos
3-3-2015	Tarefa “Jantar de amigos” ⁴	25 Minutos
10-3-2015 e 11-3-2015	Tarefa “Desconto da PSP” ⁵	30 + 20 Minutos
16-3-2015	Tarefa “Explorando relações” ⁶	50 Minutos
8-4-20015	Tarefa “Contagens e expressões numéricas” ⁷	40 Minutos

2.3. Como

Há, segundo Walsh et al. (2010), “três formas de recolher informação sobre as atividades que decorrem em cenários autênticos: a observação, as conversas informais e a análise documental” (p.1055).

Para recolher dados empíricos para o desenvolvimento do meu estudo, recorri à observação participante, à recolha documental e ao que Patton (2002) designa por “*informal conversational interview*” (p. 342) a que me referirei usando a expressão “conversas informais”. Uma conversa informal apoia-se nas questões que vão surgindo, de forma natural, ao longo da interação entre os participantes (Patton, 2002). Podem

² Adaptada de Litwiller, B. e Bright, G. (2002). *Making Sense of Fractions, Ration, and Proportions*. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

³ Retirada de Monteiro, C. e Pinto, H. (2014). *Mp.6 matemática para pensar 6.º ano*. Lisboa: Sebenta.

⁴ Retirada de Monteiro, C. e Pinto, H. (2014). *Mp.6 matemática para pensar 6.º ano*. Lisboa: Sebenta.

⁵ Concebida por mim e pela professora orientadora de estágio.

⁶ Retirada de *Proposta de trabalho: Explorando relações parte 1*. Equipas do PFCM da ESE/IPS: 2006/2007-2008/2009

⁷ Retirada de Monteiro, C. e Pinto, H. (2014). *Mp.6 matemática para pensar 6.º ano*. Lisboa: Sebenta.

emergir, por exemplo, durante a observação participante, como tentativa de esclarecer algum assunto que não se entendeu ou que necessita de ser explorado. Assim, apesar de surgir com um objetivo, não tem qualquer estrutura conversacional, como no caso das entrevistas estruturadas ou semiestruturadas.

No decorrer das intervenções que ia fazendo, as conversas informais com a professora cooperante, orientadora e colega de estágio foram surgindo, sempre com o objetivo de compreender, do seu ponto de vista, como estava a ser o meu desempenho e, igualmente, descortinar maneiras de ultrapassar alguns desafios que estava a enfrentar.

Recorri, igualmente à observação, mais especificamente à observação participante, para recolher dados para o projeto. Trata-se de uma técnica de recolha de dados “se for orientada e focalizada para um objectivo concreto de pesquisa, previamente formulado; planificada sistematicamente em fases, aspectos, lugares e pessoas; controlada e relacionada com proposições teóricas” (Moreira, 2007, p.154).

Denzin define a observação participante “como uma estratégia de campo que combina simultaneamente a entrevista, a participação, a análise de documentos e a introspecção” (referido por Moreira, 2007, p.178). Através da observação participante, o investigador “insere-se no contexto social e cultural que pretende estudar, viver como e com as pessoas objecto de estudo, partilha com elas a quotidianidade, descobre as suas preocupações e suas esperanças, as suas concepções do mundo e as suas motivações” (Moreira, 2007, pp.178-179), com o objetivo máximo de poder ter uma visão mais completa sobre a mudança, de forma a permitir-lhe compreender melhor a situação. Assim, um investigador que utiliza a observação participante é ao mesmo tempo, um observador e um analista constante da realidade que observa.

Neste tipo de observação é essencial que o investigador utilize notas de campo para ir registando tudo aquilo que observa. Estas têm duas vertentes: uma descritiva, “em que a preocupação é a de captar uma imagem por palavras do local, pessoas, acções e conversas observadas” (Bogdan & Biklen, 1994, p.152); outra reflexiva que visa apreender “mais o ponto de vista do observador, as suas ideias e preocupações” (Bogdan & Biklen, 1994, p.152). Por esse motivo, é importante que o investigador tenha consigo um diário de campo, onde vá registando não só as observações que vai fazendo, como também reflexões, interpretações, hipóteses e explicações de ocorrências, pois

estes registos irão permitir-lhe desenvolver o pensamento crítico e reflexivo acerca do mundo e, conseqüentemente, melhorar a sua prática.

Segundo Bogdan e Biklen (1996) na “observação participante todos os dados são considerados notas de campo; este termo refere-se colectivamente a todos os dados recolhidos durante o estudo, incluindo as notas de campo, transcrições de entrevistas, documentos oficiais, estatísticas oficiais, imagens e outros materiais.” (p.150). Gravações em áudio ou vídeo bem como fotografias são meios de registo muito úteis durante a observação participante, já que permitem obter informação detalhada sobre os acontecimentos.

No que respeita ao estudo que desenvolvi, utilizei a observação participante tendo elaborado notas de campo e recorrido à gravação em suporte áudio, de todas as aulas de matemática, independentemente de ir ou não propor tarefas seleccionadas intencionalmente para promover a argumentação. No final das mesmas escrevi as minhas ideias, sensações e opiniões, no fundo reflexões, acerca do meu desempenho durante a aula de matemática em questão. Além disso, também acrescentei o essencial das conversas informais que ia tendo às notas de campo. Desta forma, podia perceber se aquilo que identifiquei ia, ou não, ao encontro do que os outros identificavam.

A eleição da gravação das aulas em suporte áudio prendeu-se com o facto de a escola não ter concedido autorização para a gravação em suporte vídeo. Considero que este tipo de suporte seria o desejável pois, mais tarde, poderia visionar, de novo, as aulas e analisá-las com um outro olhar, já mais crítico e rigoroso. Como não consegui gravar em suporte vídeo recorri às notas de campo para que pudesse, mais tarde, recordar-me do que a gravação em áudio não permite captar.

Recorri ainda à recolha documental que Bogdan e Biklen (1994) designam de “textos escritos pelos sujeitos” (p.176). Estes documentos escritos proporcionam informações que permitem a compreensão dos factos. A minha recolha documental teve os seguintes documentos: planificação das aulas e reflexões que elaborei no âmbito do estágio.

3. Análise de dados

A análise de dados, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), é o momento da organização de todo o material recolhido ao longo da investigação, em que o objetivo é

compreender melhor a informação contida nesse material, para poder retirar algumas conclusões. Assim, “envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros.” (Bogdan & Biklen, 1994, p.205).

Realizei uma análise de conteúdo, orientada por categorias temáticas. De acordo com Bardin (citada por Mozzato & Grzybovsky, 2011), a análise de conteúdo é:

um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens. (...) A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não). (p. 734)

O objetivo da análise de conteúdo é o de “compreender criticamente o sentido das comunicações, seu conteúdo manifesto ou latente, as significações explícitas ou ocultas” (Chizzotti citado por Mozzato & Grzybovsky, 2011, p. 734). Quando o critério de categorização do conteúdo dos documentos é semântico, as categorias designam-se por temáticas (Bardin, 1977).

No que diz respeito especificamente ao projeto que desenvolvi, após a recolha de dados, o que fiz primeiro foi transcrever as aulas gravadas em suporte áudio. Depois, li cada uma das notas de campo, para poder lembrar-me de quais as minhas perspetivas sobre a aula naquele momento.

A seguir, tendo em conta o quadro teórico, as questões do estudo e a leitura das notas de campo, selecionei um conjunto de categorias para poder reduzir a extensão dos meus dados. As categorias foram as seguintes: (1) preparação das aulas: seleção de tarefas, identificação de raciocínios e condução da exploração da tarefa em sala de aula; (2) lecionação das aulas: apresentação da tarefa, condução da discussão, pedidos de justificação/explicação e conclusão/sistematização; (3) desafios: tipos de desafios e como lidei com eles.

Depois de definidas as categorias, li as transcrições das aulas e categorizarei, com palavras-chave, o que considere que se adequava às categorias selecionadas. Desta forma pude perceber quais os aspetos que sobressaíam ou quais eram (ou não) constante nas tarefas que propus.

Identificando aspetos que se mantiveram ao longo da minha intervenção e outros pontuais, mas que se destacavam pela sua relevância, resolvi escolher as tarefas que, anteriormente, apresentei na Tabela 2.

Posteriormente, decidi que a análise da minha intervenção seria apresentada em quatro secções. As três primeiras constituiriam uma análise, em profundidade, da atividade desenvolvida em aulas em que propus três tarefas apresentadas aos alunos em três momentos da minha intervenção: início, meio e final. A escolha destas três tarefas prende-se com o facto de terem sido concebidas e realizadas em momentos distintos da minha prática. Decidi, também, que a análise da referida atividade seria organizada em torno de três dimensões: a preparação das aulas, a minha intervenção nas aulas e desafios que experienciei. A quarta secção seria uma análise mais transversal das da atividade relativa a todas as tendo em vista identificar regularidades e outros aspetos mais pontuais mas que se destacaram pela sua pertinência. Em qualquer dos casos procedi à seleção de episódios de sala de aula que considerei relevante incluir na apresentação da análise dos dados.

Capítulo 4

A argumentação na aula de matemática – percorrendo caminhos

Este capítulo visa dar a conhecer a análise de dados recolhidos ao longo da minha intervenção pedagógica, tendo por referência o objectivo e questões do estudo. Organizo-o em quatro secções principais. Nas três primeiras apresento uma análise em profundidade da exploração de três tarefas intituladas “Sr. Pequeno”, “Desconto da PSP” e “Contagens e expressões numéricas”. Na quarta secção — Do “*Sr. Pequeno*” a “*Contagens e expressões numéricas*” — procuro destacar aspectos significativos da atividade desenvolvida ao longo de toda a intervenção, tendo como ponto de partida a análise apresentada anteriormente, de modo a destacar aspetos que considere relevantes.

1. Explorando a tarefa “Sr. Pequeno”

A tarefa “Sr. Pequeno” (anexo 1) foi seleccionada para introduzir o tema da proporcionalidade direta à turma. Tinha como objetivo principal identificar os níveis de desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos. A sua exploração ocupou 30 minutos da aula.

- **Preparação**

Para iniciar o tema da proporcionalidade direta, decidi seleccionar uma tarefa que permitisse compreender se os alunos tinham alguma noção, mesmo que fluida, sobre a noção de proporção e, simultaneamente, que possibilitasse momentos de discussão e partilha de ideias. Depois de efetuar algumas pesquisas, resolvi adaptar a tarefa “*Mr. Tall and Mr. Short*” que, na minha perspetiva, me permitiria atingir o objetivo que referi anteriormente.

Tendo escolhido a tarefa, o primeiro passo foi traduzir o seu enunciado para português, já que este é um contributo fundamental para a atividade que pretendia que existisse na aula. Procurei que fosse claro e perceptível e que incentivasse o registo dos raciocínios. Neste caso, o “explica como pensaste” (Figura 2), que incluí no enunciado, indica ao aluno que deve escrever sobre como raciocinou para chegar ao resultado.

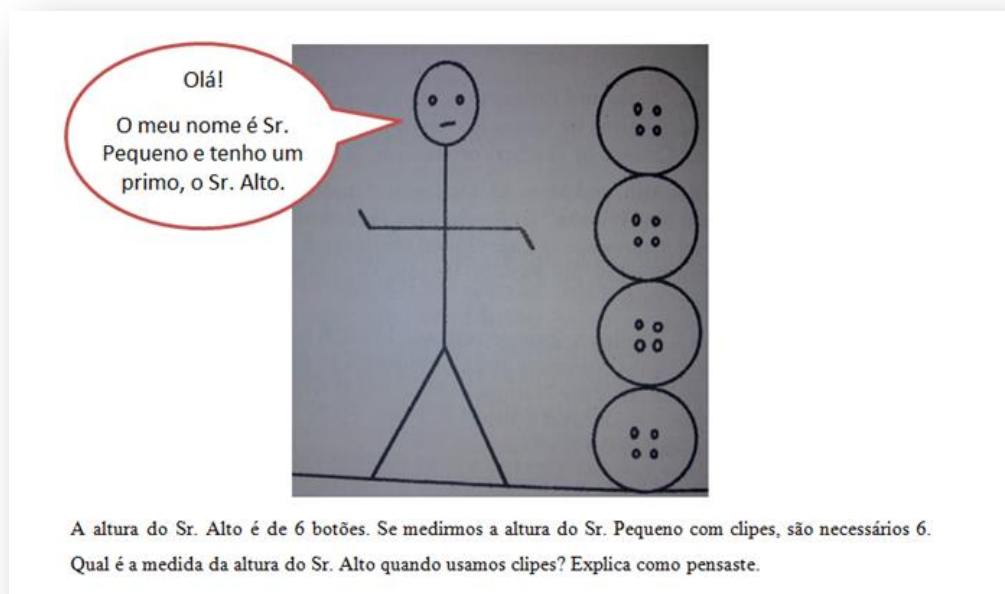


Figura 2 – Tarefa “Sr. Pequeno”.

Além de traduzir o enunciado e organizar, esteticamente, a tarefa para a apresentar aos alunos, estudei, ainda, algumas respostas possíveis para identificar, não só o nível em que os alunos se encontravam, mas também que tipos de raciocínios/resoluções podiam emergir. Este último aspeto corresponde a uma das práticas referidas por Stein et al. (2008) e esperava que me fosse útil para conduzir/orientar melhor a discussão que pretendia orquestrar na aula.

Deste modo, consultando o livro onde é apresentado o original do enunciado da tarefa de Litwiller e Bright (2002), identifiquei os seguintes níveis de raciocínio:

(1) Não consegue responder ou apresenta uma explicação ilógica. (2) Faz a diferença entre 6 e 4 botões e assume que essa diferença existe com os cliques ($6 - 4 = 2$ botões de diferença; $6 + 2 = 8$; R: 8 cliques). (3) Usa uma abordagem aditiva que se foca na correspondência entre o número de botões e cliques das duas figuras e compara-as, percebendo que por cada 2 botões há 1 clipe a mais. (4) Encontra a razão ou usa uma relação multiplicativa para comparar a altura das duas figuras (se com 4 botões tem 6 cliques, cada botão equivale a 1,5 cliques. Se o Sr. Alto mede 6 botões, medirá $6 \times 1,5 = 9$ cliques). (Extrato da planificação “Sr. Pequeno”)⁸.

A seguir idealizei como seria a condução da aula, isto é, como faria a apresentação da tarefa, como monitorizaria o trabalho dos alunos, como orquestraria a discussão e como faria a sistematização. Decidi que daria uma folha com o enunciado a cada aluno, que esperaria cerca de 10 minutos para que resolvessem, a pares, a tarefa e

⁸ Anexo 2

que, durante esse tempo, circularia pela sala para identificar os níveis de raciocínio que emergissem. Para a fase da discussão de ideias, pensei em:

selecionar um aluno de nível (3) para apresentar o raciocínio à turma e, seguidamente, um de nível 4. Caso se verifique que a maioria dos alunos está no nível (2), selecionar primeiro um aluno de nível (2) e só depois um de nível (3). Se, por outro lado, a maioria dos alunos estiver no nível (1), apresentar uma resolução de nível (2), mesmo que esta não surja naturalmente. (Extrato da planificação “Sr. Pequeno”)

De forma a sistematizar as ideias principais decorrentes da discussão, pensei em referir que para responder a esta questão, o que é importante é descobrir a quantos cliques equivale cada botão, ou seja, comparar a altura das personagens, usando como unidades de medida os cliques e os botões. Estabelecemos, assim, uma relação entre duas quantidades – medidas das alturas em cliques e em botões – que denominamos razão.

- **Condução da aula**

Apresentação da tarefa

Iniciei a exploração da tarefa distribuindo uma tira de papel com o seu enunciado a cada um dos alunos, para que o colassem no caderno e indiquei-lhes que teriam cerca de 10 minutos para a resolverem, a pares. Informei-os, também, que durante este tempo iria vendo o que estavam a fazer e esclareceria eventuais dúvidas. Passado cerca de um minuto comecei a circular pela sala.

Monitorização do trabalho dos alunos

Assim que comecei a andar pela sala, alguns alunos disseram-me que não estavam a compreender o que tinham de fazer e pediram-me que os ajudasse. Vendo que havia uma quantidade considerável de alunos a verbalizarem que não estavam a compreender o enunciado, fiquei inquieta. Apresento, em seguida, a intervenção que fiz para a turma⁹:

⁹ Todas as transcrições de extratos das aulas serão identificadas através da sigla TA a que se justapõem as iniciais do título atribuído à tarefa. Neste caso TA-SP significa Transcrição de um extrato da aula em que foi explorada a tarefa “Senhor Pequeno”.

Eu – A altura do Sr. Alto são 6 botões. O Sr. Alto não está aqui, certo? Temos aqui uma imagem. Vamos olhar todos para a imagem [...] Temos aqui um senhor que diz que é o Sr. Pequeno, certo? E tem aqui a sua altura que está representada com botões. Depois em baixo diz que a altura do Sr. Alto, que há de ser outra personagem, certo?, são 6 botões. Depois diz mais... se medirmos a altura do Sr. Pequeno – o senhor que está aqui na imagem – com cliques [...] são necessários 6. Através destes dados, temos que calcular a altura do Sr. Alto em cliques.

(TA-SP)

Considereei por bem ler o enunciado à turma, para tentar que todos estivessem em pé de igualdade, isto é, que todos compreendessem o enunciado. No entanto, analisando a minha intervenção constato que o que fiz não foi uma mera leitura pois introduzi aspetos explicativos que indiciavam o que teriam fazer. Refletindo sobre a minha ação, entendo que talvez tivesse sido mais útil selecionar alguém para ler o enunciado e solicitar a outro(s) aluno(s) que o explicassem, por palavras suas, à turma. Desta forma estaria a envolver os alunos na tarefa e, simultaneamente, não correria o risco de, inadvertidamente, substituir os alunos em aspetos da atividade que pretendia que desenvolvessem.

Depois da referida intervenção, voltei a circular pela sala e reparei que uma grande maioria dos alunos referia que já tinha resolvido mentalmente a tarefa. No entanto, verifiquei que não tinham elaborado qualquer tipo de registo no caderno. Quando os confrontei com esse facto, dizendo que o enunciado pedia que explicassem o raciocínio e isso significava que teriam de fazê-lo por escrito, responderam-me que não tinham nada para escrever ou que não sabiam o que escrever, sem ser a resposta. Ainda tentei incentivar alguns a registarem como tinham calculado o valor indicado, mas depressa compreendi que não iriam fazer qualquer tipo de registo. Além disso, senti que se estava a gerar uma agitação significativa nos alunos que, já tendo escrito a resposta, se estavam a dispersar e quase que a exigir que se passasse à correção.

Não esperando esta reação, fiquei sem saber como incentivar os alunos a prosseguir quanto ao que era solicitado. Fiquei, novamente, ansiosa e passei para a fase da discussão, sem ter tido tempo de analisar que raciocínios tinham surgido na turma, para selecionar e seriar os mais pertinentes.

Orquestração da discussão

Tendo decidido avançar com a discussão sem saber a forma de pensar de todos os pares de alunos da turma e, conseqüentemente, o nível em que se encontravam para poder guiar-me pelo que tinha planeado, optei por escolher o aluno que colocou o dedo no ar e que sabia ter uma das respostas erradas previstas na planificação (o raciocínio de nível 2).

O motivo da minha escolha prendeu-se com o facto de esta ser uma estratégia familiar e que me dava alguma segurança para trabalhar. Desta forma analisaríamos o erro e tentaríamos compreender por que motivo surgiu e como chegaríamos a uma explicação mais acertada e que todos conseguissem compreender.

Ao seleccionar o referido aluno, pedi que escrevesse o seu raciocínio no quadro, para que todos o pudessem analisar (episódio 1)¹⁰:

Episódio 1

1. **Eu** – Escreve lá o teu raciocínio para vermos, se faz favor.
2. **R** – A resposta?
3. **Eu** – Sim, mas também o que tu escreveste antes da resposta, a forma como pensaste.
4. **R [falando baixo]** – Eu não escrevi nada... como daqui para aqui aumentou 2 botões...aqui também vai...aumentar 2 cliques...
5. **Eu** – Olha, tens de falar um pouco mais alto, senão ninguém te ouve... Repete lá, se faz favor.
[O aluno ficou a olhar para mim. Aproximo-me dele]
6. **Eu** – Deixa ver se percebi... tu dizes que como eu daqui para aqui *[aponto para o esquema do Sr. Baixo que fiz no quadro]* aumentei 2 botões, então daqui *[aponto para o esquema do Sr. Alto]* para aqui vou aumentar 2 cliques?

(TA-SP)

Ao perceber que o aluno só tinha escrito a resposta, pedi-lhe que registasse, no quadro, o seu raciocínio [§2], e procurei esclarecer o que pretendia [§3], para que não houvesse dúvidas. Desta forma, pretendi fazer passar a mensagem de que é importante escrevermos o nosso raciocínio, para que os colegas possam observá-lo e analisá-lo.

Quando o aluno respondeu que não tinha escrito nada, mas explicou oralmente como pensou, fê-lo usando um tom de voz muito baixo [§4]. A minha primeira reacção

¹⁰ Os episódios foram todos numerados sequencialmente, em cada uma das tarefas, começando pelo número 1.

foi pedir-lhe que repetisse, explicando que, da forma como estava a falar, certamente ninguém o ouviria [§5]. Só que ao ver a sua expressão facial, que me pareceu de assustado, instintivamente aproximei-me dele, para o apoiar e acabei por ser eu a repetir o que disse [§6]. Ao fazê-lo, tenho noção de que, por um lado, valorizei o seu raciocínio e dei-lhe segurança, pois corri em seu auxílio. Mas, por outro lado, implicitamente, poderei ter veiculado a ideia de que é legítimo falar em voz baixa, já que o professor irá sempre em “socorro” de quem o faz.

Quando terminei (episódio 1, parágrafo 6), um outro aluno colocou o dedo no ar, e expressou a sua discordância em relação ao apresentado (episódio 2):

Episódio 2

1. **T** – 2 cliques não pode ser! Se nós vamos juntar dois cliques, um botão, vai sobrar um botão.
A junção de cliques com botões é um e meio! Um clipe e meio dá um botão.
2. **Eu** – Ouçam-no lá. Tu foste ver quanto é que equivalia os botões em cliques, é isso?
3. **T** – Sim...
4. **Eu** – Ou seja, viste que tinhas 4 botões [*desenho no quadro*] e depois que eram necessários 6 cliques e foste distribuindo os cliques pelos botões [*desenho no quadro 4 cliques para 4 botões*]. Viste que sobravam 2 cliques e a única forma de os distribuíres era dividindo ao meio [*desenho um clipe e meio à frente de cada botão*]. Viste que cada botão correspondia a um clipe e meio.
5. **T** – Sim, e depois vi que como o outro tinha 6 botões, eram precisos 9.
6. **Eu** – Está toda a gente a perceber?
[*Constatei que algumas caras sugeriam que poderiam não estar a perceber*]
7. **Eu** – Então, através da imagem do Sr. Baixo, o T. viu que cada botão equivalia a 1,5 cliques. Então, se no Sr. Alto temos 6 botões, quantos cliques vamos ter?
8. **Alguns alunos** – Nove!

(TA-SP)

Perante a explicação do aluno [§1], pedi que a escutassem com atenção [§2], destacando-a, para que percebessem que aquela era uma ideia importante e que merecia ser discutida. Só que quando o questionei, de forma a repetir o que tinha dito [§2] ele só responde que sim [§3] e eu, ao invés de pedir que repetisse a explicação, reformulei-a por ele [§4].

Constatando que alguns alunos podiam não estar a compreender [§6], respondi à minha própria questão, recorrendo ao que o aluno já tinha dito [§7]. Assim, apesar de

aqui se poder ter gerado uma discussão, considero que não soube tirar partido do que aconteceu. Em alternativa, poderia, por exemplo, ter pedido ao aluno T. que fosse ao quadro explicar o que tinha feito. Poderia também, se o considerasse adequado no momento, ter-lhe proposto que recorresse a esquemas.

A seguir, escrevi a resposta no quadro e sistematizei referindo que é importante descobrir a equivalência entre o comprimento dos dois objetos, porque estavam em quantidades diferentes. Optei por seguir este caminho, porque esta era uma tarefa introdutória e já tinha despendido quase meia hora da aula, havendo, ainda, um conjunto de outras tarefas a propor.

Desafios

Refletindo sobre a atividade em geral, senti-me bastante frustrada pela exploração da tarefa não sido tão rica, como tinha planeado, bem como pela minha incapacidade para lidar com os constrangimentos que surgiram, tais como o facto de os alunos não estarem a perceber o enunciado ou não quererem escrever o raciocínio, mas sim corrigir a tarefa. Tudo isto fez com que as suas potencialidades para a aprendizagem diminuíssem. Penso que se tivesse mais experiência, teria conseguido tirar um maior partido da tarefa, de modo a que o tempo gasto nela, compensasse.

Analisando globalmente a atividade da aula e, em particular, os meus movimentos de ensino, penso que um aspeto que introduziu constrangimentos nesta atividade foi não ter explicitado à turma que íamos dar início a um novo tema, para que percebessem que não tinham que recorrer àquilo com que tinham estado a trabalhar – perímetro e área do círculo. Pode-se conjecturar que alguns dos alunos não conseguiram compreender e resolver o problema porque estavam “presos” aos conteúdos com que tinham estado a trabalhar nas aulas anteriores.

Apesar de considerar que o professor não deve dizer aos alunos a que conteúdo está associado cada uma das tarefas que lhes propõe, para que cada um tenha a liberdade de enveredar pela estratégia de resolução que entender, penso que dizer-lhes que têm de utilizar tudo que aprenderam até então para tentar resolver uma tarefa seja uma forma de os incentivar a mobilizar os seus conhecimentos. Na altura não o fiz, porque não pensei que isto fosse importante, já que esperava que o fizessem sem que

fosse necessário dizer-lo. Agora dou-me conta que talvez as “coisas” não sejam assim tão simples.

Outro desafio relaciona-se com a cultura de sala de aula que muitas vezes não é propícia ao desenvolvimento de atividades de discussão e argumentação em matemática, incluindo aqui a comunicação oral e escrita. Neste caso particular, os alunos evidenciaram uma desvalorização no que respeita à comunicação escrita, não mostrando vontade em registar os seus raciocínios, bem como à comunicação oral, uma vez que se expressavam num tom de voz muito baixo.

Falar baixo impossibilita que todos possam escutar o que é dito para poderem analisar e perceber o que é apresentado. O professor tem de ter em mente a importância da expressão audível e reconhecer as estratégias para ultrapassar este obstáculo, nomeadamente afastar-se do aluno para que ele seja “obrigado” a elevar a voz ou ainda questionando outros alunos sobre se conseguiram ouvir. Nesta aula, porque queria escutar um aluno e me pareceu que ficou intimidado quando lhe pedi que repetisse em voz mais audível o que tinha apresentado, aproximei-me dele e, por esta via, tenho consciência de que transgredi uma norma que é essencial numa cultura de argumentação: os alunos devem falar de modo a que todos, e não apenas o professor, os possam ouvir.

Mas promover esta cultura enquanto se está no meio de uma discussão não é tão simples como aparenta, porque o professor também tem de estar alerta para as diferentes resoluções apresentadas. Além disso, tem que analisar se os argumentos apresentados são válidos de um ponto de vista matemático, tem que conseguir compreender dúvidas que surjam e tem que incentivar e gerir a discussão de ideias, o que o coloca numa situação de sucessivo desconforto. No meu caso, tive bastantes dificuldades em conseguir coordenar todos estes papéis, porque sentia que, teoricamente, estava preparada para a conduzir a discussão, mas não estava a conseguir mobilizar, em ação, a teoria para fazer com que os alunos explicassem ou justificassem uns aos outros os seus raciocínios, nem para que o poder avaliativo fosse partilhado com eles. O episódio 2, é revelador de um momento da aula em que não dei espaço a um aluno para explicar como pensou, porque não estava a saber fazê-lo. Apesar de ter dado importância à sua contribuição e de ter tentado que a turma o ouvisse, como ele não repetiu a ideia, eu, simplesmente, assumi o controlo, ao invés de

ter pedido que voltasse a explicar. Sobrepor-me aos alunos constitui um desafio, porque impede que sejam os alunos a tomar parte ativa na argumentação.

Não registar, por escrito, o raciocínio faz com que o aluno quando vá explicá-lo aos colegas não se lembre dos passos que deu na resolução, que não seja perceptível a sua explicação e que não seja possível identificar erros. O não registo escrito faz parte daquela cultura de sala de aula e pode constituir um constrangimento para o professor, tal como ocorreu no meu caso. Mais uma vez, está na mão do professor consciencializar os alunos para a importância da comunicação escrita em matemática.

Por fim, a gestão do tempo também se revelou um desafio já que, no momento, podia ter pedido para o aluno escrever o seu raciocínio, no quadro, dando ênfase à importância da escrita, mas não o fiz. Cedi à pressão do tempo porque havia mais tarefas a propor na aula.

2. Explorando a tarefa “Desconto da PSP”

A tarefa “Desconto da PSP” (anexo 3) foi selecionada com o objetivo de ajudar os alunos a compreender que uma percentagem é sempre uma razão cujo denominador é 100. A sua exploração ocupou 30 minutos do final de uma aula e 20 minutos do início de outra.

- **Preparação**

Tendo em vista aprofundar a noção de percentagem como razão, concebi, com a ajuda da professora orientadora, a tarefa designada por Desconto da PSP. Idealizámos que deveria envolver o desconto de artigos, porque é algo relacionado com a realidade próxima dos alunos. O valor do artigo teria de ser um número “redondo” e adequado, pelo que o preço do artigo ficou 100€. O valor escolhido permite encontrar facilmente qualquer percentagem desse valor, uma vez que cada 1% corresponde a 1€. Para percentagem do desconto escolhemos 20%. Desta forma conseguiria compreender se os alunos perceberiam o significado de desconto, já que poderiam conseguir calcular o valor do desconto (20% de 100€), mas não conseguir calcular o valor final do artigo.

Como tinha percebido, por aulas anteriores, que um enunciado que referisse situações próximas dos alunos era mais apelativo, resolvi mencionar a compra de uma PSP, obtendo o enunciado apresentado na figura 3:

1. Numa loja estava marcado que o preço de uma PSP era 100€. Sabendo que o dono da loja fez um desconto de 20%, por que preço foi vendida? Apresenta o teu raciocínio.

Figura 3 – Questão 1 da tarefa “Desconto da PSP”.

Só que uma tarefa com este tipo de valor de custo inicial, poderia fazer passar a ideia de que o cálculo de uma percentagem, independentemente do valor do artigo, é sempre igual à percentagem com que estamos a trabalhar; por exemplo, que 20% corresponde a 20€ ou 45% a 45€.

Querendo mostrar que isso não é verdade, foi decidido elaborar uma outra questão, alterando, apenas, o preço inicial, que passou a ser 60€ (Figura 4).

2. Nessa mesma loja, os jogos também estavam com 20% de desconto. Se o preço de uma embalagem com 3 jogos fosse 60€, qual seria o preço a pagar depois de feito o desconto? Apresenta o teu raciocínio.

Figura 4 – Questão 2 da tarefa “Desconto da PSP”.

Assim poderia perceber-se se a turma compreenderia que o valor, em euros, de um desconto está relacionado com o preço do artigo, isto é, que 20% de 100€ (20€) é diferente de 20% de 60€ (12€).

Terminada a construção da tarefa, em que a frase “Apresenta o teu raciocínio”, pretende incentivar o aluno a registar o modo como pensou, passei para a identificação de possíveis formas de resolução.

Para a pergunta 1, identifiquei as seguintes formas:

(1) Vê a relação entre os valores e não consegue compreender que terá de retirar o valor do desconto ao preço inicial. (2) Vê a relação entre os valores e consegue compreender que terá de retirar o valor do desconto ao preço inicial. (3) Calcula os 20% utilizando a regra das proporções e retira ao preço inicial. (4) Calcula os 80% utilizando a regra das proporções. (Extrato da planificação “Desconto da PSP”)¹¹.

Para a pergunta 2, identifiquei as seguintes formas:

(1) Vê a relação entre os valores e consegue compreender que terá de retirar o valor do desconto ao preço inicial. (2) Calcula os 20% utilizando a regra das proporções e retira ao preço inicial. (3) Calcula os 80% utilizando a regra das proporções. (Extrato da planificação “Desconto da PSP”)

¹¹ Anexo 4

No que respeita à forma de apresentação e condução da tarefa, idealizei que os alunos trabalhariam em pares e que lhes distribuiria duas tiras de papel, para que as colassem no caderno, uma de cada vez. Concederia cinco minutos para resolverem a 1.^a questão e, enquanto isso, circularia pela sala para tentar incentivar os alunos a responderem à questão, identificar dificuldades e também raciocínios.

Apesar de me terem ocorrido várias formas de resolução para a primeira questão, pensei que os alunos enveredassem pela forma (3). No entanto, poderiam, eventualmente, não conseguir compreender que teriam de subtrair aos 100€, os 20€ correspondentes aos 20% de desconto. Caso isso acontecesse, teria de questioná-los sobre qual seria mais barato, um artigo que estivesse com 50% de desconto ou um com 20%.

Por esse motivo, pensei em seleccionar um aluno de um grupo que recorresse ao processo (1) e outro do grupo (2) para, simultaneamente, apresentarem por escrito o raciocínio e, caso houvesse alunos do grupo (3) e (4), procedia da mesma forma. Se não encontrasse alunos do grupo (4), apresentaria eu essa resolução e questionaria os alunos sobre o significado de 80%.

Pensei, igualmente, que um dos obstáculos à resolução da tarefa poderia ser o facto de não ter sido ainda abordado o conceito de percentagem na aula. No entanto, a professora cooperante tranquilizou-me. Todavia alertou-me para que pudessem estar esquecidos e, neste caso, sublinhou que podia relembrar o conceito a partir de um exemplo, antes de iniciar a tarefa, para não acontecesse o mesmo que na tarefa “Sr. Pequeno”. Idealizei, então, questionar a turma sobre qual o valor máximo de uma percentagem, para assegurar que não haveria valores acima deste.

Depois de discutida e sistematizada a primeira questão, distribuiria uma outra tira de papel com o enunciado da segunda questão e concederia outros cinco minutos aos alunos para pensarem sobre a mesma. Aqui julguei que os alunos, tendo como base a questão anterior, conseguiriam estabelecer uma analogia e que, apenas, teria de chamar a atenção para o facto de que a percentagem de um valor varia consoante o mesmo.

Por fim, face ao que se discutiria a propósito das duas perguntas, questionaria os alunos sobre o significado de percentagem. Escreveria no quadro que no primeiro caso os 100€ correspondiam a 100%, enquanto no segundo caso, eram os 60€ que

correspondiam aos 100%. Registrar a mesma ideia, mas em forma de razão, para se perceber que uma percentagem é uma razão, cujo denominador é 100.

- **Condução da aula**

Apresentação da tarefa

A tarefa começou com a distribuição de uma tira de papel, com o enunciado da primeira questão para que os alunos a colassem no caderno. Depois, expliquei que a tarefa iria ser realizada a pares, pelo que dispunham de aproximadamente 10 minutos para a resolverem, o que daria uma média de 5 minutos para cada alínea. Nesta altura, situava-me a 30 minutos para final da aula.

Mesmo antes de começarem a resolver a tarefa, questionei os alunos sobre qual a percentagem máxima que pode existir num desconto de um artigo numa loja, para garantir que nenhum grupo me iria dizer que os 100€ equivaliam a mais de 100%. Tendo a turma toda respondido corretamente, dei ordem para continuarem a mesma.

Monitorização do trabalho dos alunos

Mal começaram a ler a tarefa, houve alguma resistência por parte dos alunos em iniciar a sua resolução, pois diziam que não conseguiam fazê-lo, por ser muito difícil. Com o objetivo de tentar motivar a turma para encetarem tentativas de resolução, disse aos alunos para pensarem que eram eles que iam comprar a PSP; além disso, fui ao lugar de cada par que me parecia estar desmotivado, para os tentar envolver mas sem lhes dizer como se resolvia a questão, ou seja, sem os ajudar demasiado. Simultaneamente, ia tentando observar os raciocínios que iam surgindo e, mais uma vez, tive que insistir na importância do registo escrito, já que muitos alunos só tinham escrito a resposta.

Durante este processo, não me apercebi que já tinham passado 20 minutos de aula e reparei que havia alunos a conversar, porque já tinham terminado. Por este motivo, mesmo faltando 10 minutos para o final da aula, decidi dar início à discussão.

Orquestração da discussão

Para iniciar a discussão, selecionei um aluno que costuma ter um bom raciocínio, mas que desta vez, não tinha resolvido corretamente a tarefa, comento um erro que muitos tinham feito (Figura 5).

100% - 100€	
50% - 50€	20% - 20€
25% - 25€	75% - 75€
Foi vendido por 20€.	

Figura 5 – Ilustração do raciocínio do aluno.

Pedi-lhe que escrevesse o seu raciocínio no quadro e, enquanto o registou, a turma esteve em silêncio, aparentemente, tentando perceber o que o colega tinha feito. Quando terminou, solicitei que explicasse o seu raciocínio (episódio 1):

Episódio 1

1. **G** – Eu vi que 100% era 100€. Depois vi que 50% era 50€, porque 50% é metade de 100%. Depois vi que 25% era metade de 50%, logo ia dar 25€. Vi que as percentagens eram iguais ao dinheiro, logo 20% é 20€.
2. **Eu** – Então se uma PSP tiver um desconto de 20% pagaremos apenas 20€?
3. **G** – Sim.
4. **Eu** – E se o desconto for de 25% pagamos por ela 25€?
5. **G** – Sim.
6. **Eu** – Hum...está bem. Alguém tem alguma coisa a acrescentar? Alguma dúvida ou algo que não esteja a fazer sentido?

(TA-DPSP)

As questões que efetuei foram de provocação [§2], [§4], [§6], tendo o objetivo de acender a discussão. Esta é uma das estratégias discursivas que se pode utilizar, para instigar os alunos e que poderia contribuir para que os alunos chegassem àquilo que queria.

Nesta altura, ninguém se manifestou e apercebi-me que, muito possivelmente, a maioria estaria a pensar “está quase a tocar”. Com efeito, faltavam 4 minutos para a aula terminar. O tempo tinha passado sem que tivesse dado por isso, porque estava

demasiado concentrada na explicação do aluno e no que ia perguntar à turma, para fomentar a discussão.

Apercebendo-me do sucedido, chamei a atenção da turma para o facto de que se não estavam a prestar atenção ao que estávamos a fazer, em tempo de aula, então teria de roubar-lhes tempo de intervalo. Dito isto, houve uma atenção geral dos alunos para o que se estava a fazer e eu prossegui com uma nova provocação (episódio 2):

Episódio 2

1. **Eu** – Muito bem, se faz sentido a todos, quem sou eu para discordar... Só quero perguntar uma coisa: se uma PSP estiver a 100€ e o desconto for de 50%, pago...?
2. **B** – 50€!
3. **Eu** – Ok. Se o desconto foi de 20%...
4. **A** – Paga 20€.
5. **Eu** – Em termos práticos, se uma PSP estiver a 50% de desconto e outra a 20%, em qual o desconto vai ser maior?
6. **G** – Na que está a 50%, porque só paga metade, na outra vai... [*Toca*]

(TA-DPSP)

As questões que coloquei eram uma forma de incentivar os alunos a pensar na realidade [§1], [§5], para que identificassem o erro sem que lhes desse a resposta. Considero que foram perguntas pertinentes. No entanto, o facto de estar no limite do tempo de aula não permitiu que a discussão fosse possível.

Nem tive oportunidade de acabar a frase, pois assim que soou o toque, os alunos levantaram-se para sair da sala e “perdi” a turma. Apenas duas pessoas vierem ter comigo, para perceber o resto do problema: o aluno C, que queria mostrar-me que tinha feito de outra maneira e o aluno G que queria perceber o que tinha feito mal, para, na próxima aula, poder explicar bem aos colegas.

Ao aluno G, perguntei-lhe o que ele pensava estar incorreto. Respondeu que se uma PSP estivesse com 20% de desconto, isso significava que tinha de retirar 20€ ao preço inicial (100€) e não o que tinha dito. Eu assenti e fui ver o raciocínio do aluno C. Este utilizou a regra das proporções para resolver o problema (Figura 6):

$$\frac{100\text{€}}{100\%} = \frac{a}{80\%} \quad a = 80\text{€}$$

Figura 6 – Ilustração do raciocínio do aluno C.

Tendo percebido o que tinha feito, indaguei, por que razão, não tinha ele questionado o raciocínio do aluno G. A razão que apresentou foi que não sabia se o raciocínio dele estava certo, pelo que não quis arriscar.

Terminada a aula, fiquei com a dúvida de continuar, ou não, a exploração desta tarefa na aula seguinte. Tinha a sensação de que seria mais uma constatação do que uma discussão porque, provavelmente, iriam resolver a segunda parte da tarefa em casa, com a ajuda de pais ou explicadores.

Contudo, decidi arriscar e na aula seguinte, pedi que o aluno G escrevesse, novamente, o seu raciocínio. Constatei que não era igual ao da aula passada, pois tinha-o corrigido a partir do que tinha dito (Figura 7):

100% - 100€	
50% - 50€	20% - 20€
25% - 25€	75% - 75€
100€ - 20€ = 80€	
Foi vendido por 80€.	

Figura 7 – Ilustração do raciocínio do aluno G.

Questionei se alguém tinha dúvidas, mas ninguém se manifestou. Assim, perguntei se alguém tinha feito de forma diferente e alguns braços levantaram-se. Selecionei o aluno C que tinha conversado comigo sobre a sua resolução no final da aula anterior e pedi-lhe que registasse e explicasse o seu raciocínio aos colegas.

Assim que terminou, alguns alunos questionaram o que o C tinha feito, dizendo que não compreendiam o que significava os 80%. Solicitei que o aluno explicasse, audivelmente, o seu raciocínio e desloquei-me para o fundo da sala, afastando-me, assim, do quadro (episódio 3):

Episódio 3

1. **C [falando baixo]** – Fiz assim porque... [silêncio]
2. **Eu** – Fizeste pela calculadora?
3. **C** – Não... eu fiz porque... quando é 80% é assim... quando é 20% de desconto... então vamos fazer o contrário do desconto...
4. **Alguns alunos** – Ah...
5. **C** – Então dá 80%...

6. **Eu** – Vamos ver, toda a gente compreendeu até aqui [em que ele diz que os 100€ corresponde a 100%], certo?
7. **Turma** – Sim!
8. **Eu** – Então aqui [*aponto para a resolução de C*], ele diz que retirou 20% – o desconto, que é o que nos vão tirar no preço final – aos 100% e ficou com 80%. O que significa estes 80%?
9. **C** – É aquilo que vamos pagar.
10. **Eu** – É a percentagem do que vamos pagar.
11. **Turma** – Ahhhh!

(TA-DPSP)

Através da intervenção deste aluno, pretendi que a turma contactasse com uma estratégia que mostrava um tipo de raciocínio mais avançado e que poderia associar àquilo que queria ensinar, isto é, que uma percentagem é uma razão em que o denominador é 100. Só que este aluno mostrava algumas dificuldades na expressão oral [§3], e pressenti que estas dificuldades se deviam a sentir-se um pouco envergonhado pela exposição pública. Assim, esperei que terminasse a explicação e utilizei o relato para esclarecer [§6], [§8], perante a turma, aquilo que C tinha explicado. Esta opção prendeu-se com o facto de não querer que o aluno se sentisse muito desconfortável no lugar do quadro – à frente da turma – e ganhasse confiança para participar outras vezes.

Um dos alunos colocou o dedo no ar para explicar que, neste caso, os valores utilizados eram simpáticos, porque 80% de 100€ era 80€ e 20% era 20€, mas que podia não sempre ser assim. Perante esta intervenção chamei a atenção para a questão 2 dessa tarefa, referindo que aí os números já não eram tão simpáticos. Antes de propor que os alunos lhe respondessem, retomei a questão 1, para sistematizar:

Eu – O que eu quero é chamar-vos a atenção é que, neste caso [*aponto para a resolução do alunos G*], o vosso colega foi calcular o valor do desconto e subtrair ao preço inicial. Aqui [*apontando para a resolução do aluno C*] se eu vou ter um desconto de 20%, significa que vou pagar 80%... então esta também é uma possível estratégia, utilizando a regra das proporções.

(TA-DPSP)

Esta sistematização deu ênfase à existência de duas estratégias para uma mesma questão. Com esta opção pretendi que os alunos compreendessem a importância de

registar os raciocínios, já que assim pudemos analisar se a forma de responder do aluno C era válida ou não e, simultaneamente, chamar a atenção para o facto de uma das formas de resolução estar ligada com o que tínhamos abordado em aulas anteriores. Esta prática vai ao encontro do que sublinham Stein et al. (2008) quando referem o estabelecimento de conexões como uma das suas cinco práticas.

A seguir perguntei quem tinha resolvido a segunda questão em casa. Vários alunos colocaram o dedo no ar e selecionei a aluna B. Pedi que registasse o seu raciocínio no quadro e, enquanto isso, circulei pela sala, para ver se havia alguma estratégia que fosse pertinente apresentar, mas não se sobressaiu uma.

Quando a aluna terminou, chamaram-me a atenção para que o resultado estava certo, porque era o mesmo que o deles e gerou-se um borburinho, já que se o resultado estava correto, não havia razão para analisar mais nada.

Tendo pedido que fizessem menos barulho, analisei a resposta da aluna seleccionada e vi que tinha feito como a figura 8 ilustra:

$\frac{60\text{€}}{100\%}$	$\frac{x}{20\%}$	$x = 12\text{€}$
$60\text{€} - 12\text{€} = 48\text{€}$		
Total a pagar: 48€		

Figura 8 – Ilustração do raciocínio da aluna B.

Constatei que tinha utilizado a regra das proporções, tal como o aluno C, mas que tinha seguido a lógica de pensamento do aluno G. Perguntei se havia alguma dúvida. A turma respondeu que não, porque tinham o mesmo resultado. Por esse motivo, sugeri que explicassem como poderíamos resolver recorrendo ao raciocínio que o C tinha apresentado. Apresento, em seguida, a contribuição do aluno D:

D – Então, 60€ corresponde a 100%. Como o desconto é 20%, vamos pagar 80%... então fica x corresponde a 80%.

(TA-DPSP)

Enquanto o escutava, fui fazendo registos no quadro que permitissem aos colegas visualizar o raciocínio, não sentindo necessidade de explorar mais nada. Terminei a tarefa referindo, novamente, que, para a resolver era possível pensar das

duas formas: calcular o valor do desconto e subtraí-lo ao preço inicial ou calcular primeiro a percentagem do preço a pagar e, a partir daí, calcular o preço final.

Desafios

Um dos grandes desafios que tive de enfrentar foi a questão do tempo. Nesta tarefa não foi por ter estipulado pouco tempo para a sua resolução, mas por me ter descuidado com o tempo de monitorização, uma vez que previ despende 10 minutos e utilizei cerca de 20 minutos, ou seja, o dobro do que tinha previsto. Este descuido comprometeu toda a atividade, já que esta teve que ser repartida por duas aulas. Isto fez com que tivesse que optar por (i) passar para a discussão, mesmo só tendo 10 minutos para ela, porque a maioria dos alunos já estava a conversar; (ii) causar uma quebra na discussão, pois sabia que não iria conseguir terminá-la até ao final da aula; (iii) dar por terminada a exploração da tarefa ou prosseguir-la na aula seguinte sabendo que alguns alunos iriam mostrar o trabalho a pais e/ou explicadores que, possivelmente, os ajudariam e, consequentemente, na aula seguinte apenas iriam querer corrigir a tarefa e não discuti-la. Assim, surgem dois pontos importantes que condicionam a prática. Por um lado, o tempo que, se não for bem gerido, irá causar o que mencionei anteriormente. Por outro lado, situações inesperadas com que o professor terá que conseguir lidar, como a improvisação da discussão que podem comprometer a confiança que tem para a condução de uma discussão frutuosa.

Apesar disso, penso que o ter avançado para discussão na primeira aula, foi uma boa opção, pois caso contrário, os alunos ficariam mais distraídos ainda. Foi, também, importante ter percebido que tinha a confiança suficiente para iniciar a discussão, mesmo que esta tivesse que ser diferente da que tinha pensado. Sentir que estava mais confiante, deu-me uma sensação de controlo sobre a situação muito boa. Esta sensação é importante para o professor, porque com ela, consegue analisar melhor uma determinada situação, sem pensar no receio que tem de falhar.

O momento em que se inicia uma discussão tem de ser bem escolhido. Como pude experienciar, o facto de a ter começado a 10 minutos do final da aula, causou uma grande desatenção por parte dos alunos que, estando cansados, desejavam sair da sala. Analisando este aspeto, não sei que estratégias poderá, um professor, utilizar para manter a atenção dos alunos nesta altura, sem ter de abdicar de 10 minutos que, afinal,

são imprescindíveis para o ensino. A minha opção, no momento, foi alertá-los para o facto de que se não estavam de espírito naquela aula, quando tocasse não iriam estar com o corpo no intervalo. Não sei se foi a melhor opção, mas foi a que, no momento, me pareceu adequada.

O toque de saída quebra os momentos de discussão, tal como aconteceu no meu caso, em que perdi um ótímo oportunidade para os alunos pensarem sobre o que as questões que lhes coloquei. Na aula seguinte, pensei retomar a discussão no ponto onde tinha parado, mas talvez pudesse ter feito de outra forma. Talvez devesse ter tirado fotografia e tê-la projetado, para que vissem que o que íamos analisar era o que tínhamos feito na aula passada e não uma reconstrução. Assim poderia levá-los a refletir sobre o erro que estavam a fazer.

Paralelamente, a minha atitude de explicar ao aluno, depois de tocar, o que tinha feito de errado também não foi a melhor, porque fez com que, na aula seguinte não se pensasse tanto sobre o erro. No entanto, o aluno também poderia perguntar a alguém e, neste caso, poderia correr o risco de não ter percebido e aparecer, apenas, com uma resolução diferente.

Quanto à seleção dos alunos a quem dou a palavra, considero que ultrapassei um desafio que muitos professores podem ter que é o de selecionar sempre os mesmos alunos em determinadas situações e, dessa forma, fazer transparecer a ideia de que são escolhidos por terem respostas certas ou erradas, criando estigmas sobre esses alunos e abalando a sua autoestima. Neste caso, além de selecionar um aluno que espelhava um erro da turma, elegi um dos que sabia ser sistematicamente escolhido por ter respostas corretas. Por esta via, procurei ensinar que qualquer aluno pode apresentar o seu raciocínio, independentemente de estar correto ou não, e que todos podemos errar, sendo que o importante é aprender com o erro.

A forma como o professor se expressa é imprescindível para a gestão da discussão, pois se os alunos não compreendem o que diz, não conseguem contribuir e o próprio professor pode sentir-se frustrado pelos alunos não corresponderem ao esperado. Dei-me conta desta importância, não só pelo tipo de questões que devem ser colocadas isto é, o professor deve incentivar o aluno a pensar e não a fazê-lo concordar com uma resposta — mas também pensando no vocabulário que utiliza e respetiva correção matemática. No meu caso, quando quis sistematizar a diferença entre o

significado de 20% e de 80%, no que respeita à primeira questão da tarefa, notei que tive alguma dificuldade em utilizar uma linguagem correta e, simultaneamente, fazê-lo de uma forma inteligível para todos. Por exemplo, ao perguntar “Qual o valor do desconto?”, em que esperava que me dissessem que era 80%, os alunos responderam-me que era 45€.

Como se pôde constatar pelos episódios apresentados, mais uma vez a explicação, apesar de partir dos alunos, é depois redita por mim. Algo que faço frequentemente é reformular o que os alunos dizem, porque, inconscientemente, acho que explico melhor que eles, já que sou a professora e o meu papel é explicar-lhes algo o mais compreensivelmente possível. No entanto, este modo de agir vai em sentido contrário ao desejável quando se pretende promover a argumentação em matemática na sala de aula, porque os alunos deixam de se empenhar numa explicação bem dada para os colegas, pois eu irei melhorá-la. Mudar este modo de agir é um desafio que enfrentei.

Por fim, a forma como o professor encara as tarefas que propõe pode condicionar a aula, já que se ele não acredita que pode envolver os alunos, então estes muito provavelmente não se sentirão envolvidos nelas. Em relação a esta tarefa, gostei tanto de a conceber que, mesmo quando os alunos ofereceram alguma resistência à sua resolução, não desanimei, nem tentei ajudá-los a resolvê-la, como aconteceu em aulas anteriores.

Refletindo de uma forma geral sobre a exploração da tarefa, apesar de ter planeado a sua apresentação e discussão, distraí-me com o tempo e condicionei a discussão, restringindo as potencialidades da mesma. Todavia, julgo que a confiança que sentia me permitiu tirar partido da situação em que me encontrava e conseguir fazer passar o objetivo que tinha proposto com a conceção da mesma.

3. Explorando a tarefa “Contagens e expressões numéricas

A tarefa “Contagens e expressões numéricas” (anexo 5) foi selecionada para introduzir conteúdos relacionados com as sequências, relações e regularidades. Assim sendo, o objetivo principal era identificar o conhecimento dos alunos face ao tema, para, a partir daqui, trabalhar o significado de expressões numéricas e sua resolução. A sua exploração da tarefa ocupou cerca de 40 minutos da aula.

- **Preparação**

Para iniciar o tema sequências, relações e regularidades, optei por seleccionar uma tarefa do manual adotado (Figura 9). Considerei que o enunciado era acessível e incentivava a procura de diferentes formas de resolução, pelo que idealizei que os alunos se envolveriam na descoberta de várias formas de contagem, para as apresentarem à turma. Nesta perspetiva, julguei que esta seria uma tarefa rica e em que os alunos sentiriam o seu trabalho valorizado.

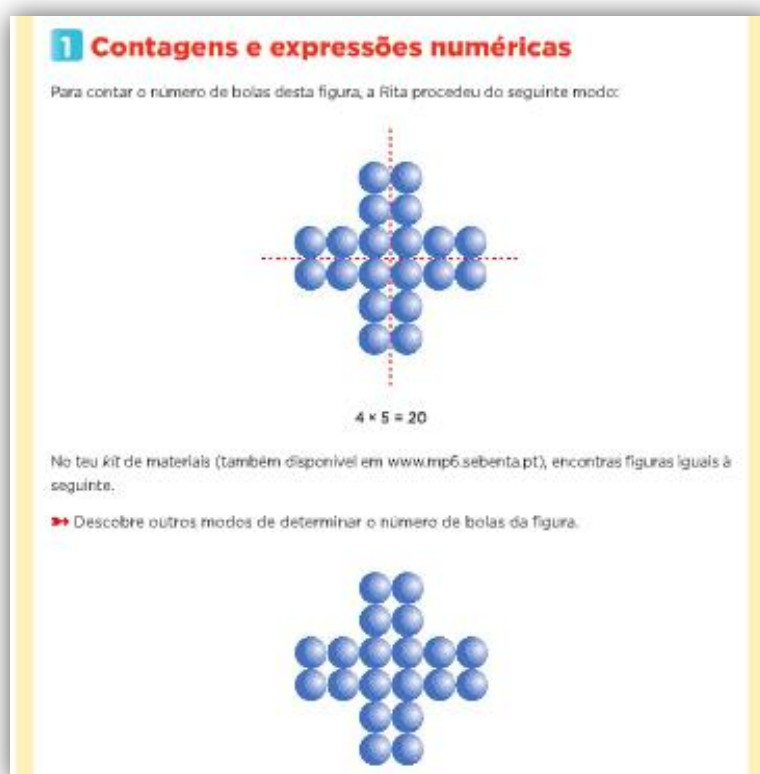


Figura 9 – Enunciado da tarefa “Contagens expressões numéricas”.

Depois de seleccionada a tarefa, planeei a sua exploração, discussão e sistematização. Antes de iniciar, explicava aos alunos que estávamos perante um novo tema. Depois apresentava a tarefa, pedindo que, num minuto, lessem e compreendessem a questão 1 da página 44 do manual. Enquanto os alunos liam, projetava o enunciado da tarefa no quadro.

No final do tempo estipulado, seleccionava um aluno para ler o enunciado e questionava a turma acerca do significado da expressão numérica $4 \times 5 = 20$ [*quatro grupos de cinco bolas*]. Depois sistematizava referindo que o 4 representava a quantidade de grupos e o 5, o número de bolas de cada grupo.

Dispondo a multiplicação da propriedade comutativa, questionava se 4×5 é o mesmo que 5×4 , quer em termos de resultado, quer em termos de significado. Interpretava, também, o significado neste contexto [*4×5 significa que dispomos de 4 grupos de 5 bolas; 5×4 significa que dispomos de 5 grupos de 4 bolas*].

A seguir dispunha os alunos em grupos de 3/4 elementos, explicando que, como me têm vindo a pedir uma tarefa em que possam trabalhar em grupos, eu decidi aceder ao seu pedido, o que significa que estou a confiar neles para o cumprimento das regras de trabalho em grupo.

Os grupos eram formados por mim, com base na observação que tenho realizado acerca dos grupos/pares que conseguem trabalhar juntos.

Distribuía, por cada grupo, 3 imagens iguais à figura apresentada na tarefa e pedia que, em grupo, e à semelhança do que fez a rapariga referida no enunciado, descobrissem, pelo menos, três outros modos de determinar o número de bolas da figura, sem que a contagem seja feita um-a-um. Além de o descobrirem, os alunos tinham de escrever uma expressão numérica que representasse o número de bolas e interpretá-la. Para tal decidi que concedia cerca de 10 minutos para a resolução e que, durante esse tempo, circulava pela sala, no sentido de observar estratégias de resolução e apoiar os alunos.

No final do tempo estipulado, seleccionava alguns alunos para apresentarem a estratégia utilizada pelo grupo (tentava seleccionar pelo menos um aluno de cada grupo, para que todos os grupos participem).

Para a apresentação, os alunos dispunham das imagens projetadas no quadro, para facilitar não só a apresentação das formas de contar, mas também para ser perceptível para toda a turma. Neste âmbito, o primeiro aluno fazia o esquema da contagem e escrevia a respetiva expressão numérica, enquanto os alunos seguintes ou apresentavam apenas a expressão numérica, ou representação do esquema de contagem. O objetivo seria que, perante o que era apresentado, a turma descobrisse qual a expressão numérica ou esquema correspondente àquele que o aluno apresentou (os alunos do próprio grupo não podiam, deste modo, responder). Durante a discussão, iria questionar o significado das expressões apresentadas.

Caso não surgissem muitas resoluções diferentes, a seguir a esta apresentação, estimulava a procura de outros modos de contagem. Em última instância, apresentava

eu outras formas de contar e os alunos tinham de identificar qual era a expressão numérica que representava o modo de contar (anexo 6).

No final sistematizava com os alunos o que fizemos [*demostro significado aos números e, utilizamos expressões numéricas para determinar o número de bolas da figura*] e solicitava que escrevessem, no caderno, que uma expressão numérica representa um número e que ao resolvê-la estamos a determinar esse número.

- **Condução da aula**

Apresentação da tarefa

Iniciei a tarefa pedindo aos alunos para abrirem o manual, dizendo-lhes, assertivamente, que tinham 1 minuto para lerem o enunciado. Estiquei o braço, olhei para o relógio e disse que estava a contar o tempo. Os alunos, pensando que só dispunham de 1 minuto para resolver a tarefa, contestaram. Expliquei que era um minuto para ler o enunciado e pensarem nele, por isso sossegaram. Voltei a esticar o braço, para que vissem que estava mesmo a cronometrar o tempo, fazendo passar a mensagem de que se disse que dispunham de um minuto, era um minuto que teriam. No final desse tempo, selecionei uma das alunas, que não costuma participar e que tem muitas dificuldades, para ler o enunciado à turma. Por esta via, esperava fazê-la interessar-se pela tarefa.

Depois de lido o enunciado, questionei a turma sobre como é que a Rita – menina referida no enunciado da tarefa – teria contado as bolas. Enquanto esperei por respostas, projetei o enunciado no quadro.

Quando me voltei para a turma, vi uns quantos braços no ar e selecionei um aluno para responder (episódio 1):

Episódio 1

1. **R** – Ela dividiu a figura em 4 partes e cada parte tem 5 bolas.
2. **Eu** [*dirigindo-me à turma*] – Então o que significará o 4×5 ?
[*braços no ar*]
3. **Eu** – Diz lá B.
4. **B** – 4 partes vezes 5 bolas.
5. **Eu** – O que a Rita fez foi agrupar bolas, certo? Vamos considerar as “partes” como grupos. Assim ficaria...?

6. B – 4 grupos de 5 bolas...?

7. Eu – Sim.

(TA-CEN)

Após a explicação do aluno [§1], tentei perceber se os alunos compreendiam o significado da expressão numérica [§2]. Depois de ter entendido [§4], tentei que se exprimissem numa linguagem matemática mais precisa [§5] o que veio a acontecer [§6].

Escrevi, no quadro, o significado da expressão e pedi que passassem o registo para o caderno. Em seguida, questionei o significado da expressão, se os números tivessem sido comutados (5x4). Responderam, de imediato, que seriam 5 grupos de 4 bolas.

Tendo compreendido que os alunos entenderam que cada expressão tem um significado específico, fiz uma intervenção relacionada com a gestão da aula associada à resolução da segunda parte da tarefa:

Eu – Há muito tempo que vocês me têm pedido para fazer trabalhos em grupo, tal como fazemos nas outras disciplinas... Bem, hoje vou arriscar. [excitação] Mas... para isso terão de se comportar, porque assim que começar a perceber que não está a funcionar, termino a tarefa e fica tudo como está agora! [silêncio] Serão grupos de 4 e sou eu quem vai fazê-los.

(TA-CEN)

Senti necessidade de ter esta conversa com a turma, porque queria que percebessem que o facto de irem trabalhar em grupo significava que teriam de respeitar as regras de trabalhar em grupo na sala de aula.

Formei os grupos e expliquei que cada grupo tinha de encontrar três formas distintas de contagem, diferentes da que já tínhamos visto, registá-las e escrever a respetiva expressão numérica. Distribuí 3 figuras, em suporte papel, a cada grupo e informei-os de que disporiam de 10 minutos para a resolução da tarefa.

Monitorização do trabalho dos alunos

Durante esses 10 minutos, desloquei-me pela sala, para observar que estratégias de contagem emergiam e constatei que havia grupos que estavam a realizar contagens um-a-um. É que me tinha esquecido de os alertar para o facto de que esse tipo de contagem não podia ser considerado. Face à existência desta omissão, optei por deixar

que os grupos que estavam a contabilizar as bolas desta forma continuassem, tanto mais que eram apenas dois. No entanto, decidi que não iria escolher este modo de contagem para ser apresentado na turma. Verifiquei, ainda, que estavam a surgir demasiadas formas de contagem, o que poderia significar que todos quisessem apresentá-las. Comecei a pensar quais seriam as estratégias mais interessantes, pelo seu significado, de forma a que todos os grupos participassem, pelo menos uma vez.

Orquestração da discussão

Terminados os 10 minutos, elegi o grupo que tinha agrupado as bolas duas-a-duas (10×2), pedindo que um dos alunos viesse registar no quadro o que tinha feito, sem escrever a expressão numérica (episódio 2):

Episódio 2

1. **R** – Fiz assim [*assinalou os grupos que tinha feito, na projeção do quadro*]
2. **Eu** – Então, os outros grupos, dedos no ar, para dizer a expressão correspondente. [*aponto para a aluna A*]
3. **A** – 2×10
4. **Turma** – ã?!]
5. **Eu** – Calma... Os outros grupos não concordam? Braços no ar! [*aponto para o aluno J que era de outro grupo*]
6. **J** – 10×2
[*suspiros de desânimo por parte de alguns alunos da turma, porque queriam ter dado a resposta de J*]
7. **Eu** – Alguém tem outra forma? [*nenhum braço se ergueu*] Então, temos de ver qual a expressão... Quem quer tentar? [*escolho um aluno que tinha o braço no ar e não era do grupo que estava a apresentar*]
8. **T** – Então, é 10×2 , porque ele fez dez grupos de duas bolas.
9. **Eu** – Ok...então e se a expressão fosse 2×10 ? [*pergunto olhando para a turma, mas o aluno T responde de imediato*]
10. **T** – Se fosse 2×10 , ele tinha de ter feito 2 grupos com 10 bolas lá dentro...!
11. **A** – Ahhh!
12. **Eu** – Todos perceberam? Esse grupo...? [*aponto para o grupo da aluna A*]
13. **Grupo** – Sim.

(TA-CEN)

Quando se gerou a oposição entre as duas respostas [§5], eu devia ter pedido à aluna A para explicar por que razão tinha feito dessa forma, para compreender o porquê. Só que tive receio de a expor, porque ela raramente participa nas aulas de matemática, por pensar que tem as resoluções incorretas. No entanto considero que podia ter pedido a outro membro do mesmo grupo, já que todos eles pensaram assim. A opção que tomei, de perguntar quem queria explicar a expressão e selecionar um aluno que sabia ter identificado a expressão correta [§7], fez com se percebesse logo que essa seria a correta, porque os alunos lembraram-se que em primeiro lugar vinha a quantidade de grupos e só depois os elementos de cada grupo e não promovi discussão.

A seguir selecionei dois alunos, um de cada um dos outros grupos, e ao fazê-lo, apercebi-me que teria de apagar o registo do aluno anterior e acrescentar mais três figuras, porque só havia uma imagem projetada. Se fossem os alunos a desenhar o esquema, a tarefa levaria uma eternidade. Se efetuasse o registo, um aluno à vez, de forma a aproveitar a única figura projetada que tinha, também consumiria tempo. Além disso queria deixar os registos no quadro, para que fossemos vendo as diferentes resoluções.

Perante a minha aflição em desenhar, num instante, a figura, a professora cooperante disponibilizou-se a desenhar, no quadro, vários esboços da imagem projetada para pudesse continuar a aula.

Assim, selecionei os restantes quatro alunos de cada grupo para, simultaneamente, registarem a forma como realizaram a contagem das bolas, para depois ser identificada, pelos colegas, a expressão numérica correspondente. Foram apresentadas as seguintes expressões: 4×5 , 5×4 , $2 \times 6 + 2 \times 4$ e $6 \times 3 + 2 \times 1$.

Pedi que colocassem o braço no ar para que me dissessem a expressão correspondente à primeira contagem (4×5). Selecionei um aluno, escrevi o que me disse e depois perguntei se havia alguma resposta diferente. Para a primeira e segunda formas de contar (4×5 e 5×4) não houve qualquer oposição ou dúvida. Para encontrarem a terceira ($2 \times 6 + 2 \times 4$) houve discordância (episódio 3):

Episódio 3

1. **G** – Então, existem dois grupos de seis bolas e dois grupos de quatro bolas...
2. **Eu** – Ok, então dita-me a expressão que devo escrever, se faz favor.
3. **G** – Dois vezes seis e dois vezes quatro.

[escrevi “ $2x6$ e $2x4$ ”]

4. **Eu** – Todos concordam?

5. **Alguns alunos** [grupo que não era o que tinha apresentado a figura] – Não!

[selecionei um dos alunos para responder]

6. **Eu** – Explica lá R.

7. **R** – Então fica $2x6+2x4$.

8. **Eu** – Exatamente. Temos de escrever o sinal de mais, porque a soma disto tudo tem de dar o número de bolas.

(TA-CEN)

Ter submetido ao escrutínio da turma [§4] a contribuição de G [§3] acompanhada por um registo que, intencionalmente, era a sua tradução “literal” visou dois objetivos: procurar destacar a necessidade de utilizar uma linguagem rigorosa, do ponto de vista matemático, e tentar que os alunos se envolvessem em atividades de argumentação matemática através da exploração de desacordos, pois sabia que havia alunos que não concordavam com o que tinha escrito. A exploração do desacordo poderia ter conduzido à argumentação, na medida em que os alunos que não concordassem teriam de explicar e justificar as suas opções. No entanto, assim que um aluno apresentou a resposta correta [§7], utilizei a minha autoridade matemática, enquanto professora, para a validar [§8], sem sequer ter pedido qualquer explicação ou justificação. Além disso, nem sequer dei uma oportunidade ao aluno G, que respondeu “ $2x6$ e $2x4$ ”, de tentar argumentar. Além de validar a resposta, ainda a expliquei. O que devia ter feito era ter perguntado à turma, porque seria “ $2x6+2x4$ ” e não “ $2x6$ e $2x4$ ”. Desta forma extingui uma discussão logo no princípio. Penso que devia ter explorado, ainda, a questão do significado de “e” em matemática.

Depois analisámos a quarta expressão ($6x3+2x1$), mas não houve qualquer dúvida, já que perceberam, através da resolução anterior, qual o significado das expressões.

Não tendo os grupos demonstrado mais dúvidas na resolução da tarefa, e dispunham já de pouco tempo, referi que as expressões que estiveram a escrever se designam por expressões numéricas. Pedi que rodeassem as expressões apresentadas e escrevessem ao lado “expressões numéricas” e, tocando para o intervalo, dei por terminada a tarefa. Os alunos ficaram um pouco tristes com isso, porque queriam

continuar a apresentar formas de contar e descobrir a expressão numérica correspondente. Por isso, durante o intervalo, continuaram a mostrar-me outras formas de contar que tinham encontrado.

Desafios

O primeiro item sobre o qual começo por refletir prende-se com a forma como geri o tempo. Tendo percebido, através de reflexões feitas em tarefas anteriores, que o tempo é um fator importante e que não deve ser desperdiçado, fui bastante criteriosa com a sua gestão. Estabeleci *timings* para a leitura do enunciado, para a realização da tarefa e tentei ser o mais exigente possível, para mostrar aos alunos a minha assertividade acerca do que lhes comunico. Apesar de terem reclamado com o facto de ter dado um prazo muito curto, não tiveram tempo para pensar se lhes apetecia/gostavam, ou não, resolver a tarefa e imprimiu neles uma boa dinâmica que foi determinante para a resolução do resto da mesma.

Apesar de ter começado com uma boa dinâmica, não previ convenientemente o uso dos recursos disponíveis na sala, durante a apresentação dos raciocínios. Se não tivesse a ajuda da professora cooperante, este facto levaria a que perdesse imenso tempo precioso e a que quebrasse a dinâmica da aula, levando os alunos a, eventualmente, desinteressarem-se da atividade. Todavia, percebi que, estava tão condicionada, mentalmente, pelo que me é mais familiar – a projeção – que me esqueci que podia recorrer a outro tipo de materiais, como o papel. Assim, numa próxima vez que proponha a referida tarefa, talvez imprimia, em formato A3, a imagem do agrupamento de bolas que consta do seu enunciado. Desta forma, os alunos poderão fazer aí os seus registos de modo a apresentarem os raciocínios do grupo à turma.

Verificar, enquanto monitorizava a tarefa, uma multiplicidade de estratégias, fez com que enfrentasse o dilema da seleção. Este dilema prendeu-se mais com o facto de tentar que todos os grupos apresentassem, pelo menos, uma estratégia, do que propriamente em selecionar as estratégias e respetiva ordem de apresentação. Pressentia que, se os grupos não participassem na apresentação, poderiam ficar com a ideia de que, numa próxima vez, não valia a pena tentarem resolver a tarefa, porque não iam ser selecionados. Este aspeto dificultou o meu processo de seleção das estratégias, porque tive de verificar, não só as boas opções para apresentação, mas

também que pertencessem a diferentes grupos, de modo a não correr o risco que referi.

Algo que me surpreendeu foi a adesão à parte da apresentação das estratégias de contagem, em que os alunos tinham de identificar a expressão numérica correspondente à estratégia apresentada. Não sei se isso se deveu ao tema em si, se ao desafio que lhes propicie ou se aos dois aspetos. O facto é que, pelos alunos, estariam a descobrir formas e formas de contar as bolas da figura, escrevendo a respetiva expressão numérica. Reconheço que os alunos sentiram-se desafiados e terem um objetivo, faz com que se empenhem muito mais nas tarefas quando comparadas com aquelas tarefas em que o objetivo é encontrar a solução para um problema, porque estão em horário letivo da aula de matemática e se pressupõe que resolvam problemas. Assim, o desafio, aliado a um objetivo percepcionado, por parte dos alunos, como útil, são duas condicionantes para o empenho dos mesmos na resolução de tarefas.

Outra surpresa que tive relaciona-se com a forma como os alunos trabalharam em grupo, respeitando as regras e fazendo jus à confiança que neles depositei. Isto faz-me crer que quando dialogamos com os alunos, explicando o porquê de certas decisões e as consequências que daí advêm, estes ficam mais conscientes dos limites que têm.

Lidar com a divergência de ideias não é fácil, principalmente quando vemos que os alunos não conseguem explicar ou defender o seu raciocínio ou quando percebemos que os alunos que estão errados irão ser afetados ao nível da sua autoestima. Nesta tarefa, eu protegi o aluno que estava errado, mas sei que não lidei da melhor forma com a situação, já que devia ter pedido a outro membro do grupo para explicar o raciocínio. Não posso estar sempre a proteger quem contribui com ideias erradas, porque corro o risco de estar a passar a mensagem que só interessam as respostas corretas ou a não dar espaço para que os alunos lidem com o facto de poderem estar errados.

Por fim, refletindo sobre a atividade em geral, considero que decorreu como previsto e que me senti muito mais confiante durante a discussão do que em qualquer uma das tarefas anteriores. Ter sido proposta num último momento de prática em que já conhecia melhor as capacidades dos alunos e estes já estavam mais familiarizados à minha forma de trabalhar, contribuiu o que entendo ter sido uma aula bem-sucedida.

4. Do “Sr. Pequeno” a “Contagens e expressões numéricas”

Analisando transversalmente a atividade das aulas, particularmente o meu modo de agir, durante a exploração das seis tarefas que propus durante a minha intervenção, consigo identificar um conjunto de regularidades que apresento em seguida.

1.1. Antecipar raciocínios os alunos

Um dos constrangimentos que senti e que foi transversal à minha intervenção prende-se com a identificação de raciocínios possíveis numa determinada tarefa, durante o período de planificação da mesma.

De todas as vezes que planifiquei, tive sempre alguma dificuldade em prever o máximo de respostas/raciocínios possíveis dos alunos da minha turma. Em primeiro lugar, porque não conhecia os alunos o suficiente para saber as suas formas de pensar e, em segundo lugar, porque não conhecia a forma de pensar dos alunos em geral, face ao conteúdo inerente à tarefa. Quero com isto dizer que, enquanto pensava em possíveis formas de resolver uma tarefa, apenas me surgiam as usuais. Isto fez com que, durante as aulas surgissem outras resoluções e eu não soubesse muito bem o que fazer com elas. Exemplo ilustrativo disso, ocorreu quando apresentei a tarefa “Os Bancos” (anexo 7). Um aluno referiu que a tinha resolvido através do recurso a frações e eu fui apanhada tão desprevenida por esse raciocínio que acabei por ignorar a sua intervenção.

Para que isto não ocorra, senti que era importante tentar antecipar o maior número possível de resoluções, para poder construir melhor o meu possível cenário de discussão na sala de aula.

1.2. Negociar normas em contexto

A negociação de uma cultura de sala de aula com normas sociais favoráveis à argumentação matemática foi uma constante na minha intervenção. Inicialmente, os alunos não escutavam a apresentação dos colegas, porque apenas queriam corrigir a tarefa, esperavam que fosse eu a validar as respostas e não participavam de forma ordeira, interrompendo, algumas vezes, os colegas enquanto estes apresentavam os seus raciocínios ou dizendo, imediatamente, que estavam errados. O episódio 1, que

ocorreu durante a exploração da tarefa “Jantar de amigos” (anexo 8) ilustra um dos casos em que esta situação ocorreu.

Episódio 1

[aluno termina de escrever o seu raciocínio no quadro, enquanto a turma conversa entre si]

1. **Eu** – Então J, explica-nos lá como é que pensaste.
2. **J** – Eu dividi as medidas ... *[falando baixo, enquanto a turma conversava entre si, sem prestar atenção ao que o aluno J ia explicar]*
3. **Eu** – J, podes parar um bocadinho? *[virando-me para a turma]* Desculpem lá, mas eu não estou a perceber porque é que está toda a gente a conversar enquanto o vosso colega vai explicar para vocês aquilo que fez. Acho uma falta de respeito da vossa parte. Para ouvir é necessário duas coisas: uma é silêncio e a outra é que o vosso colega fale mais alto. Mas se houver silêncio já é um bom começo. Vá J, agora um pouco mais alto.

(TA-JA)

Neste caso, os alunos estavam a conversar entre si, enquanto o aluno J estava a escrever, no quadro, e eu estava a tentar perceber o seu raciocínio, através da sua representação escrita. Quando o aluno iniciou a explicação [§1], pensei que o resto da turma iria prestar-lhe atenção, o que não aconteceu, e que pode não ter sido independente de J ter iniciado o seu discurso em voz baixa [§2]. Tendo percebido que ninguém estava atento, chamei a atenção da turma [§3], procurando salientar a importância do respeito pelo outro, do silêncio para que seja possível ouvir o outro e da necessidade de se expressarem de forma audível.

Estas situações foram uma constante durante a minha prática, tal como referi a propósito das tarefas que analisei em mais detalhe. Por esse motivo, foi necessário persistência em fazer cumprir as regras de participação, durante as discussões, chamando, constantemente, a atenção dos alunos para o facto de terem de ouvir primeiro e só depois intervir ou terem de estar calados. Recorri, ainda, a estratégias para que, durante a aula, respeitassem as regras, como a que referi na análise da tarefa “Contagens e expressões numéricas”, para os alunos trabalharem em grupo.

Agir respeitando um certo conjunto de normas sociais é imprescindível para o bom funcionamento de uma discussão em sala de aula, porque só assim é possível apresentar, discutir e argumentar devidamente. Para o conseguir, é necessário que os alunos compreendam o porquê de terem de respeitar essas normas e de orientarem a

sua ação para agir conformidade com elas. Caso contrário, certamente, as transgredirão. No entanto, isto não basta. É também necessário que o professor não as transgrida através do modo como, muitas vezes, não intencionalmente age. Aproximar-se de um aluno que, numa discussão, fala em voz muito baixa porque se quer escutar o que diz, por vezes, pode ser necessário mas é importante ter consciência de que se está a transgredir a norma “todos se devem exprimir de forma a que seja audível por todos”; é também importante mostrar aos alunos que se sabe que esta transgressão está a ocorrer e porque surge. Analogamente, quando há um aluno que está a apresentar um raciocínio à turma e outros, insistentemente, chamam o professor aos seus lugares para lhe mostrar algo que fizeram, se o professor aceder aos seus pedidos, está, implicitamente, a ensinar que não é necessário todos escutarem atentamente o que é dito, o que constrange o processo de negociação.

1.3. Conceder tempo aos alunos para raciocinar

Algo de que me apercebi que fazia, após iniciar as discussões, era não dar tempo aos alunos para refletirem um pouco, quando se chegava a uma situação de impasse. Como tinha dado um tempo inicial para pensarem e resolverem a tarefa, a partir do momento em que seguia para a discussão, esperava sempre que os alunos defendessem as suas ideias/raciocínios e, se chegássemos a um impasse, não lhes dava tempo para se debruçarem um pouco sobre o assunto, esperando sempre que alguém argumentasse. Pensava que teria de ser eu a saber fazer a pergunta certa no momento, para desbloquear o pensamento dos alunos. Acontece que, às vezes, os alunos necessitam de refletir um pouco sobre as contribuições que estão a ser apresentadas para se poderem pronunciar sobre o que é dito. Tal situação aconteceu, por exemplo, na aula em que foi trabalhada a tarefa “Explorando relações” (anexo 9), quando pedi aos alunos para pensarem na forma de resolver o problema sob o ponto de vista de um aluno do 5.º ano que não tinha aprendido ainda a regra das proporções (episódio 2).

Episódio 2

- 1. R** – Eles dividiram os 6 quadrados pelo total e deu os 0,15 e depois transformaram em percentagem.
- 2. Eu** – Mas assim não utilizaram a imagem... Eu disse-vos que eles não aprenderam proporções ainda. Eles resolveram utilizando a imagem.

[silêncio]

3. **Eu** – Então, outras sugestões?

[silêncio]

4. **Eu** – Se calhar vou ter de chamar os alunos do 5.º ano para vos explicar... será?

5. **Alunos** – Se calhar é melhor!

6. **Eu** – Vá, vamos olhar para a imagem. Olhem, se eu quisesse pintar 50%... como é que eu pintava?

7. **Nádia**¹² [*sob orientação da professora orientadora*] – Olha Brígida, tenho uma sugestão! [...] Vamos deixá-los pensar uns três minutinhos, com o quadro. Vamos dar essa oportunidade.

(TA-ER)

Neste episódio, o que aconteceu foi que eu esperava que os alunos percebessem, automaticamente ao olhar para a figura incluída no enunciado da tarefa, o que os alunos do 5.º ano tinham feito. Percebendo que não conseguiram [§4], tentei instigá-los [§5], mas sem sucesso, o que me deixou ainda mais ansiosa, fazendo com que seguisse imediatamente para a análise da imagem, juntamente com eles, com a finalidade de resolvermos em conjunto [§7]. Foi quando a minha colega Nádia interveio [§8] que eu tomei consciência de que os alunos necessitavam de olhar para a imagem, pensar um pouco e explorar eles próprios o problema.

Esta situação ocorreu, de uma forma geral, noutras tarefas, como por exemplo a do “Sr. Pequeno”, em que fazia perguntas, na esperança que os alunos respondessem imediatamente, ou na tarefa “Desconto da PSP”.

1.4. Validar precipitadamente respostas

O professor é a entidade matemática máxima dentro da sala de aula e, por esse motivo, os alunos esperam que seja ele a validar as respostas/raciocínios apresentados. Para que os alunos se responsabilizem e se envolvam na avaliação dos raciocínios, o professor não pode precipitar-se e validar, de imediato, os que estão corretos. A validação de raciocínios e respostas sucedeu na maioria das tarefas que propus de início, como procurei evidenciar em secções anteriores deste capítulo. Seleciono outro

¹² Colega de estágio

exemplo (episódio 3) desta situação que surgiu no decurso da exploração da tarefa “Jantar de amigos”.

Episódio 3

1. **G** – Eu fiz assim...dividi os 4 pelos 5 e deu-me 0,80.
2. **Eu** – O que é que são os 4 e os 5?
3. **G** – Os 4 é o número de pizzas e os 5 o número de pessoas... e o resultado foi a porção que calhou a cada uma das pessoas. E depois fiz o mesmo para a mesa B e vi que a mesa B deu mais que na mesa A.
4. **Eu** – Mais porção de pizza?
5. **G** – Sim
6. **Eu** – Ou seja, 0,80 [mesa A] para 0,83 [mesa B]. Apesar de serem centésimas, o valor é maior. Exatamente.

(TA-JA)

Esta validação prematura [§6] prendeu-se com o facto de a explicação do aluno [§3] ter sido aquilo que esperava que surgisse, pelo que nem pensei nos alunos que pudessem, eventualmente, ter invertido os valores das razões. Com esta opção, não permiti que houvesse discussão e, muito menos, um envolvimento e responsabilização dos alunos na tentativa de chegar a uma conclusão.

Outras validações prematuras, como procurei ilustrar nas secções anteriores deste capítulo, relacionam-se não só com o facto de um aluno responder corretamente, mas também, com a ansiedade que sinto durante as discussões. Esta ansiedade pode estar relacionada com a inexperiência que tenho ainda, enquanto professora, e com o facto de não conhecer suficientemente os alunos, não sabendo se devo persistir, ou não, num determinado assunto.

1.5. Incentivar a discussão e reflexão

Durante as discussões tentei sempre incentivar os alunos não só a participarem e contribuírem com os seus raciocínios, mas também a refletirem/analisarem de forma crítica os raciocínios apresentados e a interpretarem os valores obtidos. Tal tarefa nem sempre se revelou fácil. Por exemplo, algumas vezes, os alunos não compreendiam o que determinado valor significava no contexto do problema e eu tinha de lidar com inúmeros silêncios, tentando que desaparecessem através de questões que colocava e

que chegassem ao que pretendia. Foi o que ocorreu durante a discussão da tarefa “Jantar de amigos”, como ilustra o episódio 4.

Episódio 4

1. **Eu** – É o que é o 0,(6) e o 0,75? [*bato na mesa para que me ouçam*]. A pergunta que fiz não é só para o vosso colega. É importante vocês saberem o que significam os valores.
2. **J** – É a medida do sumo por pesso...
3. **Eu** – Por pessoa?
4. **J** – Hum... não... [*indeciso*]
5. **Eu** – Quem quer ajudar?
6. **Alguém** – É o que cada um bebe.
7. **Eu** – É o que cada um bebe? Então os convidados beberam 0,(6) do primeiro sumo?!
[*silêncio*]
8. **Eu** – Pessoal, vamos lá pensar um bocadinho, com que grandezas estamos a trabalhar?
9. **Alguém** – Água e pó de sumo?
10. **Eu** – Exato, quantidade de água e quantidade de concentrado, o pó. Então...
[*silêncio*]
11. **Eu** – C., diz lá o que me estavas a tentar dizer quando aí estive.
12. **C** – Que o 0,(6) é a quantidade de sabor [*concentrado*] de cada jarro de sumo.
13. **Eu** – Então eu coloquei, por exemplo, no jarro A 0,(6) de concentrado? Aqui diz que coloquei 2 saquetas...
[*silêncio*]
14. **Eu** – Então o que fiz neste jarro [*apontando para o jarro A*]?
15. **Alguém** – Colocou 2 medidas de concentrado e 3 de água [*desenho no quadro*].
16. **Eu** – Então se fizer uma relação [*escrevi a razão*] tenho...
17. **R** – A medida de concentrado por cada medida de água...?

(TA-JA)

Como se pode constatar, ao longo deste episódio, tentei fazer com que os alunos refletissem sobre o significado do valor obtido [§1] e, conseqüentemente, sobre a forma de resolução do colega. No entanto, foram necessárias diversas tentativas para que os alunos chegassem a uma conclusão [§5], [§7], [§10], [§11], [§14]. Reconheço que a minha persistência, neste caso, foi importante, na medida em que foram os alunos a chegar à resposta [§12], [§17], o que fez com que tomassem consciência da sua responsabilidade neste processo. No entanto, sei esta persistência e insistência, fez com

que fosse ficando ansiosa, à medida que via que os alunos não estavam a conseguir responder. Desta vez, consegui elaborar perguntas que os levou à reflexão, mas nem sempre consegui fazê-lo, como aconteceu na tarefa “Sr. Pequeno” ou na tarefa “Explorando relações”.

1.6. Promover a expressão audível e proteger os alunos

Durante o período de intervenção, notei que alguns alunos – maioritariamente do género feminino – falavam muito baixo, porque tinham medo de se expor, com receio de estarem errados. Por esse motivo, esse foi um dos aspetos que tive de trabalhar com a turma, ou seja, tentei que os alunos que se expressavam de forma pouco audível conseguissem sentir-se menos receosos de participar, para poderem expressar-se audivelmente. Para tal, seleccionava-os quando sabia que tinham uma resolução correta e tentava resistir à sua expressão de aflição, fugindo para o fundo da sala. Desta forma teriam de falar mais alto, para que eu pudesse ouvir. Foi o que ocorreu, por exemplo, na tarefa “Explorando relações”, como ilustra o episódio 5.

Episódio 5

1. **T** – Eu vi que o R... tinha dividido isto em 10 partes... e cada uma vale 10%... [*falando baixo*]
[desloquei-me para o fundo da sala, enquanto falava]
2. **Eu** – Sim T., mas agora tem de ser um pouco mais alto, porque aqui do fundo não te ouço e, de certeza, que os teus colegas também não...
3. **Alunos** – Pois, não ouvi nada...!
4. **Eu** – Vá, já chega, vamos ouvir a vossa colega!
5. **T** – Então cada parte é igual a 0,1... [*falando um pouco mais alto*]
6. **Eu** – Estás a ir bem T. Agora o que tinhas visto aí mais?
7. **T** – Aqui... como é metade... é 0,05...[*olha para mim para perceber se estava a cometer algum erro*]
8. **Eu** – E...somando tudo obtemos...?
9. **T** – Temos o 0,15...
10. **Eu** – Exatamente! Boa T.

(TA-ER)

O episódio apresentado deixa transparecer o que referi anteriormente, isto é, a forma como lidei com estes alunos, ajudando-os a construir o discurso [§6] [§8] e

protegendo-os dos colegas [§4], para que ficassem mais seguros ao participar. Contudo, esta minha reação só ocorreu a partir da terceira tarefa, quando percebi que eu tinha de “fugir” dos alunos, para lhes transmitir que eles têm de se expressar audivelmente e que estar perto deles ou socorrê-los a todo o momento fará com que não o façam. Assim, apesar de ter o coração nas mãos, quando olhavam para mim com uma expressão aflitiva, tive que encorajá-los de uma outra forma, ao longe, como se pôde constatar neste episódio [§6] [§10].

Em síntese, a análise transversal que realizei nesta secção, relativamente à exploração das seis tarefas que propus durante a intervenção pedagógica, permitiu-me identificar seis aspetos que se destacaram pela sua permanência: identificar os raciocínios os alunos; negociar de forma contextualizada certo tipo de normas sociais e sociomatemáticas; dar tempo aos alunos para pensarem, após o iniciar da discussão; validar precipitadamente as respostas dos alunos; incentivar a discussão e a reflexão; e trabalhar a expressão audível dos alunos e proteger aqueles que considerei estarem numa situação de vulnerabilidade que lhes era penosa.

Capítulo 5

Conclusões

O estudo que apresento foca-se na análise da minha prática profissional e tem como objetivo compreender de que modo posso promover e apoiar o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática e quais os principais desafios que este trabalho acarreta. Tendo em conta o objetivo, formulei as seguintes questões de investigação: (1) Que aspetos relativos à preparação das aulas favorecem a emergência de atividades de argumentação matemática? (2) Durante a lecionação das aulas, como procurarei fomentar e apoiar o envolvimento dos alunos neste tipo de atividade? (3) Que desafios enfrentarei?

A elaboração do quadro teórico contou com tópicos relacionados com o tema, nomeadamente o que é a argumentação em matemática; quais os caminhos a serem percorridos para que esta atividade seja possível: perspetiva de ensino e aprendizagem, seleção de tarefas, orquestração de discussões coletivas e construção de comunidades de discurso matemático; e, finalmente, os desafios que o professor encontra ao promover este tipo de atividade na sala de aula.

Do ponto de vista metodológico, o estudo insere-se numa abordagem qualitativa e constitui uma investigação sobre a prática. Neste âmbito, concretizei uma intervenção pedagógica realizada nas aulas de Matemática de uma turma do 6.º ano de escolaridade, em que foram propostas tarefas que, do ponto de vista teórico, potenciam a emergência de atividades de argumentação.

A recolha de dados foi feita através da observação participante, recolha documental e conversas informais. Neste sentido, foram elaboradas notas de campo de carácter descritivo e reflexivo e registadas, em áudio, todas as aulas da intervenção pedagógica.

Como este capítulo encerra o meu estudo, responderei às questões anteriormente mencionadas, tendo em conta o enquadramento teórico e os dados que foram recolhidos. Terminarei o capítulo referindo aspetos relevantes que se prenderam com a realização do estudo, nomeadamente a importância do estudo para a minha aprendizagem enquanto futura professora e ainda algumas sugestões para investigações futuras.

1. Regressando às questões de investigação do estudo.

Nesta secção irei responder às três questões que conduziram o meu estudo, tendo em conta a análise de dados realizada e apresentada anteriormente no capítulo IV.

a. Preparando aulas orientadas para a argumentação matemática

Durante a preparação das aulas foquei-me em diferentes aspetos. Um primeiro foi a seleção de tarefas “provocativas”¹³, que teriam de ser adaptadas à turma, já que “uma mesma tarefa não irá provocar o mesmo nível de interesse em todas as turmas” (Stein, 2001, p. 110), tendo como objetivo permitir a existência de diferentes raciocínios. A seguir, seguiu-se a resolução das tarefas por mim, recorrendo a processos diferentes, ou seja, a antecipação dos raciocínios que podiam surgir na turma. Finalmente, seguiu-se a fase de preparação da orquestração da discussão coletiva, em que me debruçava sobre os seguintes aspetos: ordem de apresentação dos raciocínios, que questões colocar em caso de dúvidas ou divergência de ideias, para que fossem os alunos a chegar às conclusões e não eu.

A planificação constituiu, efetivamente, numa parte fundamental para a atividade argumentativa na medida em que me preparava para um possível cenário. Esta preparação deu-me segurança para iniciar e conduzir as discussões, já que a minha segurança, em geral, não era muita, pois tinha que estar atenta a múltiplos fatores. Por exemplo, promover a escuta atenta e o respeito pelo outro e envolver a turma na discussão. Foi, ainda, através da planificação que pude observar raciocínios e conseguir perceber a ordem pela qual poderia selecioná-los para a sua apresentação. Por exemplo, o facto de na tarefa “Sr. Pequeno”, ter antecipado algumas resoluções, fez com que conseguisse selecionar uma ordem de apresentação e me sentisse segura, embora não tivesse conseguido acompanhar as resoluções da turma, durante a fase de monitorização. Por esse motivo, partilho da opinião de que a antecipação, uma das cinco práticas de discussões coletivas referidas por Stein et al. (2008) e Smith e Stein (2011), consiste numa fase bastante importante para o sucesso de uma discussão coletiva.

¹³ Tradução adotada para “*Provocative task*” apresentada por Stein (2001, p.110).

Apesar de a planificação ter sido uma parte fundamental, não significa que tenha sido uma tarefa fácil, principalmente nos primeiros tempos, quando ainda não conhecia a turma. O facto de desconhecer a cultura de sala de aula existente fez com que, durante uma fase inicial de planificação, não conseguisse antever um cenário realista, de modo a conseguir preparar-me para evitar um bloqueio durante a aula.

b. Fomentando e apoiando a argumentação matemática na sala de aula

Durante as aulas, o que desencadeou os episódios de argumentação foram as tarefas que propus aos alunos, porque permitiam a existência de diferentes raciocínios, os quais eram apresentados na discussão.

O que facilitou o desenvolvimento de episódios de argumentação foi a existência de diferentes raciocínios e/ou a divergência de ideias por parte dos alunos. Por exemplo, na tarefa “Contagens e expressões numéricas”, além dos alunos contribuírem com diferentes raciocínios (formas de contagem), foi também possível explorar desacordos relativos aos raciocínios apresentados. Desta forma, “os alunos contribuíram explicando as suas ideias; por isso, também eles ajudaram a conversação a progredir” (Whitenack & Yackel, 2008, p. 87). Caso não surgissem, naturalmente, outros raciocínios ou alguma divergência de ideias, eu apresentava-os e tentava que fossem os alunos a explicar. Um exemplo disso ocorreu na exploração da tarefa “Desconto da PSP”, quando um dos alunos apresentou um raciocínio que não estava correto, mas com que todos concordaram. Nesse momento, o que fiz foi confrontar os argumentos do referido aluno, para que a turma pensasse se realmente o raciocínio estava correto ou não e porquê.

O que também contribuiu para que os alunos se envolvessem em atividades de argumentação, foi o papel que assumi no discurso da aula, nomeadamente quando pedia que apresentassem, explicassem ou justificassem o seu raciocínio; quando colocava questões que incitavam a análise dos raciocínios apresentados; ou quando utilizava estratégias discursivas como o redizer, não só para garantir que todos estavam a entender o que estava a ser dito, como também para dar voz a alguns alunos que até apresentavam um bom raciocínio, mas não o sabiam explicar devidamente. Um

exemplo ilustrativo ocorreu na tarefa “Jantar de amigos”, quando um dos alunos não estava a conseguir explicar o seu raciocínio e eu reformulava o que ele ia dizendo. Assim, a turma ficou a compreender o raciocínio do referido aluno, que era importante, e dei voz ao aluno, quando o ajudei a comunicar com a turma.

Para conseguir fazer emergir episódios de argumentação matemática, tentei que os alunos analisassem os raciocínios apresentados, mas para isso era necessário criar uma cultura de sala de aula adequada, isto é, que os alunos respeitassem as regras de participação e o outro, soubessem ouvir e comunicassem de forma audível. Por isso, um primeiro aspeto a ter em conta, mesmo antes de pensar em introduzir tarefas que promovam a emergência de episódios de argumentação é a criação e manutenção de uma cultura de sala de aula com certas características.

c. Lidando com desafios

Um dos desafios que enfrentei durante o meu período de intervenção prendeu-se com a planificação das aulas, mais concretamente com a antecipação de possíveis estratégias de resolução das tarefas.

Desconhecendo as capacidades e interesses da turma, tive dificuldades em selecionar tarefas que, potencialmente, estivessem ao alcance dos alunos e, simultaneamente, fossem desafiadoras, pois não tinha muito bem a noção de se estas eram demasiado exigentes ou simplistas. Na minha perspetiva, isto constituiu um problema, já que a exigência das tarefas influencia o interesse e motivação para aprender: se for muito exigente, os alunos não conseguem resolvê-la e desistem; o oposto pode fazer com que estes não se sintam desafiados e cause desinteresse.

Outro aspeto, foi o facto de não conseguir antever as respostas dos alunos, que fez com que durante a discussão coletiva não soubesse lidar com os desacordos e validasse precipitadamente os raciocínios corretos. Deste modo, quando um professor não planifica a discussão, isto constitui um desafio à prática. Apesar deste desafio ter persistido até ao final da minha intervenção, sinto que foi sendo cada vez menor, porque fui começando a conhecer melhor a forma de pensar dos alunos e fui ganhando mais segurança nas minhas opções.

Um outro desafio relaciona-se com a instituição de normas sociais e sociomatemáticas, de forma a permitir a existência de uma cultura de sala de aula propícia à atividade de argumentação matemática. Durante toda a minha intervenção lidei com a constante negociação de normas, quer sociais, como a escuta atenta, a expressão audível, o respeito pelo outro e a necessidade de haver registos escritos dos raciocínios, quer sociomatemáticas, relacionados com o rigor e consistência dos raciocínios apresentados. No que respeita às normas sociais, por exemplo, o facto de os alunos não quererem registar o seu raciocínio dificultou o desenvolvimento de atividades de argumentação, já que não havendo registo escrito para apresentar, os alunos perdiam-se na explicação oral dos que apresentavam. O que não se vê esquece-se e, depois, o que acontece é que os desacordos matemáticos dão lugar aos desentendimentos sobre o que foi dito. Tentei colmatar este desinteresse com a sobrevalorização dos registos escritos, facto que permitiu que, no final da minha intervenção, quase todos os alunos escrevessem sobre o modo como pensaram, sem que fosse necessário dizer-lhes para o fazer.

Autores como Boavida (2005) e Yackel e Cobb (1998) defendem que para que estas normas sejam apreendidas pelos alunos, há que haver sistematicidade e contextualização. Os dois desafios que se destacam pela sua relevância foram a promoção da escuta atenta e do registo de raciocínios, por terem sido uma constante na minha prática. Uma forma que adotei para lidar com a promoção da expressão audível, foi afastar-me dos alunos que iam ao quadro, para garantir que ao expressarem-se oralmente iriam fazê-lo o mais audivelmente possível, pois certamente queriam que eu (professora) os escutasse. Esta tarefa nem sempre foi fácil, principalmente nas primeiras semanas. Os alunos que falavam baixo olhavam para mim com uma expressão aflita e eu ia socorrê-los, fazendo passar a mensagem contrária à que queria. Foi preciso conter-me algumas vezes para não ir em seu auxílio e fazer com que usassem um tom de voz que permitisse que todos os elementos da turma conseguissem ouvir o que era dito. Já a forma que tive de lidar com o não registo escrito dos raciocínios por parte dos alunos foi, em todas as tarefas, pedir que fossem ao quadro escrever e explicar o raciocínio. Tal como refere (Whitenack & Yackel, 2008) quando comentou a prática da professora Jones, “ao encorajá-los a partilharem as suas ideias, comunicou aos seus alunos que as suas ideias são importantes.” (p. 87)..

Orquestrar as discussões coletivas também constituiu um desafio aos seguintes níveis: gestão de tempo, incentivo à discussão e reflexão, validação de raciocínios e proteção dos alunos que estão sempre incorretos.

No que respeita à gestão do tempo, destaco o facto de não dar tempo aos alunos para pensarem sobre um aspeto específico da tarefa, se chegássemos, por exemplo, a um impasse, depois de já se ter iniciado a discussão coletiva. Este desafio de gestão do tempo prendeu-se com o facto de esperar que os alunos estivessem sempre prontos a contribuir com ideias, considerando que devia ser eu a colocar a questão certa para desbloquear o seu pensamento. Desta forma, estava a centrar excessivamente o discurso em mim e não a orquestrar uma discussão em que a voz dos alunos estivesse em primeiro plano, porque não lhes dava espaço para avaliarem o problema sob uma nova perspetiva, se esse fosse o caso. Por esse motivo, em algumas situações, acabei por ser eu a resolver ou a responder às questões e não os alunos, pois considero que faltou tempo para pensarem nelas. Assim, era importante dar-lhes este tempo pois como salientam Whitenack e Yackel (2008), “permitir que os alunos raciocinem individualmente, ajuda-os a compreender como partilhar, explicar e justificar as suas ideias durante as discussões na turma.” (p.87).

A gestão do tempo também constituiu um desafio por outra razão: não foi simples encontrar um equilíbrio entre o tempo a dedicar ao trabalho autónomo dos alunos e à discussão coletiva. Possibilitar que todos os alunos resolvessem a tarefa até ao fim, proporcionar a apresentação de raciocínios e, depois, orquestrar a discussão, fez com que despendesse sempre muito tempo com as tarefas e andasse sempre ansiosa com a gestão do tempo. Além disso, fez com que os alunos mais rápidos se distraíssem e conversassem entre si e ainda com que a distribuição do tempo pelas etapas da tarefa não fosse a mais adequada. O que fazia era esperar até que todos os alunos resolvessem a tarefa, enquanto ia monitorizando o seu trabalho, porque considerava que, por esta via, perceberiam melhor o que seria discutido; durante a discussão, depois de apresentados os raciocínios, explicava-os eu, com receio de que alguém não tivesse compreendido, tornando-me, algumas vezes, exaustiva.

Com o tempo fui arranjando técnicas para economizar o tempo que estipulava para a realização da tarefa, como por exemplo, verbalizar o tempo que os alunos têm

para resolver a tarefa e respeitar esse tempo, para que compreendam que sou rigorosa e não se distraírem.

Também compreendi que não era necessário que todos os alunos finalizassem a tarefa durante o trabalho autónomo para depois iniciar a discussão. O importante era que todos a tivessem compreendido e tentado resolver.

O facto de o professor explicar os raciocínios dos alunos depois destes o fazerem garante a existência de uma compreensão maior e/ou melhor. Esta explicação pode ser feita por colegas que não são os autores dos raciocínios. Por esta via pode existir um maior envolvimento da turma na discussão, dando mais voz aos alunos. Além o professor pode avaliar a correção matemática daquilo que os alunos retiveram das explicações e justificações dos colegas.

Quanto à validação precipitada das respostas dos alunos, o desafio aqui foi o de gerir a ansiedade que senti, durante as discussões, já que “ensinar a argumentar em Matemática é um empreendimento muito complexo que requer esforços explícitos do professor” (Boavida, 2011, p. 54) e tudo o que é complexo causa uma certa ansiedade. Sendo a discussão um caminho que não se consegue prever como irá suceder exatamente, mesmo que seja planeada, é normal que o professor esteja um pouco ansioso com o rumo que poderá tomar. Assim, o que aconteceu foi que, pelo facto de algumas vezes as discussões não terem tomado o rumo que previ na planificação, não soube lidar com a minha ansiedade e tive a tendência para validar as respostas dos alunos assim que estas estavam corretas. Tal pode constatar-se, por exemplo, na tarefa “Jantar de amigos”, em que validei precipitadamente o primeiro raciocínio a estar correto. Esta ansiedade foi diminuindo ao longo do tempo, à medida que ia conhecendo os alunos e sabia com o que contar da parte deles e à medida que fui conseguindo lidar com ela.

Incentivar a discussão e a reflexão foi um desafio que enfrentei e com o qual nem sempre consegui lidar da melhor forma. Como referi anteriormente, a minha ansiedade fazia com que validasse precipitadamente as respostas dos alunos e quando isso não acontecia, colocava questões para incentivar à reflexão. Só que os alunos nem sempre conseguiam chegar ao raciocínio que queria, pelo que colocava ainda mais questões, o que tornava a discussão desgastante para mim e, em algumas vezes, para

os alunos. Uma forma de ultrapassar este obstáculo teria sido dar-lhes tempo para pensarem, durante a discussão, o que, como referi anteriormente, não ocorreu.

Proteger os alunos que estavam errados ou que tinham medo de se expor perante a turma foi uma constante durante a minha intervenção, principalmente na fase de discussão. A turma reagia, algumas vezes, negativamente aos alunos que intervinham com ideias incorretas. Assim, esta preocupação em proteger os alunos constituiu um desafio à minha prática, porque durante as discussões coletivas estava sempre preocupada em que estas fossem frutuosas e, simultaneamente, em garantir que os alunos não se sentissem inibidos, expostos ou desconfortáveis, principalmente numa fase em que estava a ganhar a sua confiança. Desta forma, tentei valorizar a aprendizagem através do erro, dialogando com a turma, sobre a importância de nos sentirmos bem na sala de aula para partilhar os raciocínios, mesmo que errados. Além disso, também tentava selecionar, para participar, alunos que, frequentemente erravam, quando via que resolviam alguma tarefa de forma correta. Desta forma evitava que ficassem com o estigma de que “nada sabiam”.

Por fim, resistir à tentação de estar sempre a reformular tudo aquilo que os alunos explicam e mudar a ideia de que o professor explica melhor do que os alunos, foi algo com que tive que tentar lidar e melhorar, para que os alunos se comprometessem verdadeiramente na apresentação e argumentação das suas resoluções.

Refletindo sobre os desafios que enfrentei, a gestão da sala de aula foi algo em que detetei fragilidades. Tive dificuldades em ser mais dinâmica para que todos os alunos estivessem atentos, em fazer com que se exprimissem audivelmente quando estão no quadro, e em gerir o tempo quando lhes sugeria uma série de tarefas para fazerem. Acredito que estas dificuldades se atenuem conforme se ganha mais prática profissional, mas é algo que deixa o professor exausto mentalmente. Deste modo, analisando tudo o que senti e todos os desafios por que passei, consigo compreender melhor, o porquê de muitas vezes os professores recorrerem a um ensino mais transmissivo, pois este dá-lhes mais segurança, permitindo-lhe trabalhar numa zona de conforto. O que está aqui em jogo é a necessidade e importância do professor ser flexível para abandonar a planificação quando os acontecimentos da aula o requerem sem perder de vista a sua agenda de ensino e, ainda, conseguir lidar com a sensação de

insegurança que emerge quando, durante uma aula, se vê obrigado a alterar a sua planificação para corresponder às necessidades dos alunos.

Antes de terminar, gostaria de referir que paralelamente à elaboração deste relatório, outros também eram realizados. Uma das investigadoras que, recentemente, defendeu a sua dissertação de mestrado, também investigou a sua própria prática, mas relacionada com a planificação e concretização de congressos matemáticos. Ao ler as suas conclusões, deparei-me com muitas semelhanças entre os desafios que ela enfrentou e os que eu acabei de enunciar. Entre eles destacam-se os desafios que se relacionam com a antecipação de resoluções:

(i) o receio de não esgotar todas as hipóteses de resolução; (ii) a dificuldade de pensar nos procedimentos errados; (iii) a dificuldade em prever as dificuldades dos alunos em lidar com as tarefas e em pensar em estratégias para lidar com elas (...). (Ferreira, 2015, p. 132)

Destacam-se, também desafios que se relacionam com a apresentação de tarefas:

em lidar com as intervenções dos alunos, (ii) o receio de não despertar o interesse dos alunos para a resolução de tarefas com contextos puramente matemáticos, (iii) a ambivalência entre apoiar os alunos na compreensão das tarefas e o receio de os influenciar nas suas resoluções. (Ferreira, 2015, p. 132)

Destacam-se, ainda, desafios associados à dinamização de discussões coletivas, em que os congressos matemáticos são um exemplo:

decidir quando e como intervir no momento de discussão em turma constituiu-se um verdadeiro desafio (...) o facto de os alunos não (...) discutirem sobre os mesmos [posters] de forma audível, dificultou (...) tornando-se, para mim, difícil ouvir e 'fazer ouvir' os alunos (...) (i) a dificuldade em promover uma discussão coletiva cujo desafio matemático é pouco ou é muito elevado, (ii) os constrangimentos que surgem no momento de discussão e a dificuldade em 'dar voz' aos alunos e (iii) a exigência da criação de uma 'nova' cultura de sala de aula (Ferreira, 2015, pp. 133-135)

Estas semelhanças permitem perceber que os desafios que enfrentei não são exclusivos da minha prática, mas da prática de, pelo menos, duas professoras que seguem um tipo de ensino da matemática, centrado nos alunos e nas suas contribuições.

Em suma, de uma forma geral, a complexidade de promoção da argumentação em matemática na sala de aula alberga desafios para o professor, os quais "não existirão se a ênfase for, meramente, colocada na aprendizagem de técnicas e procedimentos ou se o controle do discurso da aula e o poder decisório sobre o valor

matemático desse discurso estiverem inteiramente nas suas mãos.” (Boavida et al., 2008, p. 102).

2. Encerrando o estudo

Neste tópico irei refletir acerca de aspetos que estiveram relacionados com o presente estudo, mas que não foram abordados nos capítulos anteriores. Esses aspetos encontram-se relacionados com algumas opções metodológicas para o desenvolvimento deste projeto de investigação e com as minhas aprendizagens realizadas ao longo do trabalho e que influenciarão a minha prática futura.

Antes de iniciar o estudo, as minhas preocupações diziam respeito ao nível em que os alunos se encontravam e quais os conteúdos sobre os quais tinha que me debruçar, para começar a selecionar tarefas. Depois de realizar o estudo, penso que uma outra preocupação se devia ter juntado às anteriores, nomeadamente saber se os alunos se tinham ou não, apropriado já de uma cultura de sala de aula propícia ao desenvolvimento de atividades de argumentação matemática. No meu caso, negociar normas sociais características desta cultura foi uma das partes mais difíceis para mim, porque requereu muito da minha parte, deixando-me algumas vezes frustrada e a pensar que não estava a conseguir promover aquele tipo de atividades. Assim, uma sugestão que deixo a todos os professores em fase inicial de carreira e que se interessem por incentivar e apoiar a argumentação matemática nas suas aulas é que não são os únicos a sentirem-se frustrados ou ansiosos com o facto de pensarem que não estão a conseguir promovê-la. Tenham paciência e reflitam sobre as opções que tomam durante a aula, para poderem tentar modificar o que de errado se está a passar.

No que diz respeito à recolha de dados, penso que a forma como os obtive, foi adequada e ajudaram-me bastante durante o processo de análise. Contudo, penso que quando elaborei as minhas notas de campo, onde descrevia as minhas sensações depois de cada intervenção, fi-lo ao correr da pena, escrevendo tudo aquilo de que me recordava, sem que houvesse uma ordem. Se pudesse voltar atrás, continuaria a escrever detalhadamente sobre tudo o que aconteceu mas faria, também, um quadro com duas colunas. Numa colocaria os desafios que enfrentei nessa aula e, na outra,

como poderia tentar fazer-lhes face. Desta forma seria mais fácil, para mim, identificar quais os desafios que enfrentei e se estes foram persistentes ou não.

Pondero ainda que o registo que os alunos faziam no quadro, dos seus raciocínios, devia ter sido fotografado por mim, para que pudesse ilustrar melhor a minha descrição e análise de dados.

Seguindo para as aprendizagens que realizei com o presente estudo e para a forma como influenciarão a minha prática futura, realço que, de uma forma geral, o estudo constituiu, sem qualquer dúvida, uma enorme fonte de aprendizagem pessoal e, principalmente, profissional. Querendo seguir uma perspetiva de ensino e aprendizagem que passa pela promoção da atividade argumentação matemática na sala de aula e nunca tendo exercido, foram riquíssimas, em termos de aprendizagem, cada uma das intervenções que tive, bem como as planificações dessas intervenções.

Uma das grandes aprendizagens foi ter percebido a evolução que os alunos tiveram ao longo da minha intervenção. Ganhei esta consciência, quando, no último dia de intervenção, duas alunas chegaram perto de mim e me agradeceram, porque a sua amiga, aluna E., já não participava mais nas aulas. Foi nessa altura que parei para refletir como eu tinha feito a diferença para aquela aluna. Essa perceção fez com que as vezes em que me senti angustiada e ansiosa por fazer com que essa aluna participasse tivessem valido a pena.

Mas esta evolução, por parte da turma, não foi apenas a este nível. Senti que realmente o meu período de intervenção naquela turma foi significativa, quando, numa das aulas, o aluno R. me chamou para pedir ajuda num problema, explicando-me que ele já sabia como se resolvia aquele problema, mas que queria pensar noutra forma de resolver para ser criativo. De facto, eu valorizei tanto o facto de cada um ter o seu raciocínio que os alunos deram-lhe importância.

Ser professora investigadora não foi uma tarefa simples, porque estava constantemente dividida entre tentar recolher dados para o meu projeto e em ser professora, isto é, ensinar os meus alunos. Penso que, algumas vezes, o meu papel de investigadora fez com que me tornasse melhor professora, porque ao refletir pormenorizadamente sobre as minhas intervenções – objeto do estudo – consegui identificar alguns erros que cometia, como por exemplo, auxiliar os alunos quando

falavam baixo ou não perceber que tenho que dar mais espaço aos alunos para explicarem as suas ideias.

Com realização deste estudo, tornei-me uma professora diferente. Estou mais desperta para a importância de negociar um certo tipo de normas de sala de aula e para a persistência que tenho de ter para as fazer cumprir. Encontro-me mais preocupada com as mensagens que faço passar para os alunos através das minhas ações, isto é, tento que as minhas ações não vão contra aquilo que explico verbalmente dentro da sala de aula. Estou mais desperta para tentar tirar partido das intervenções dos alunos, tentando envolver a turma e não apenas os primeiros que participam. Por fim, sou uma pessoa mais confiante, porque consegui desenvolver um estudo numa área que gosto, promovendo uma atividade que gostava de explorar e que não sabia se teria a capacidade suficiente para chegar até ao final.

Aprendi a lidar melhor com os desafios que me foram surgindo ao longo do tempo, como a gestão da sala de aula, a promoção da escuta atenta e da expressão audível, o resistir à pressão que os alunos exercem sobre nós e à ansiedade que isso nos causa. No entanto sei que os desafios variam de turma para turma, pelo que permanecerão ao longo da minha prática. Espero ir aprendendo a lidar com eles à medida que vou tendo mais experiência.

Além de tudo isto, aprendi a desenvolver um trabalho com o nível de complexidade que um trabalho com uma componente investigativa alberga, percebendo melhor o que são as metodologias de investigação e, ainda, como se podem recolher, analisar e tratar, de forma criteriosa, os dados provenientes do terreno.

Em suma, observo que o desenvolvimento do projeto de investigação e a constante reflexão sobre a minha prática permitiram a consciencialização das minhas ações, enquanto professora de Matemática, bem como as aprendizagens que realizei e referi.

Referências Bibliográficas

- Academia das Ciências de Lisboa (2001). *Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea*. Lisboa: Verbo.
- Afonso, N. (2005). *Investigação naturalista em educação. Um guião prático e crítico*. Porto: ASA.
- Alves, M. e Azevedo, N. (2010). *Investigar em educação: desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.
- Balacheff, N. (1999). *L'argumentation est-elle un obstacle? Invitation à un débat...*
Retirado a 20 de setembro de 2015 de <http://nicolas-balacheff.blogspot.pt/2013/03/premiere-publication-la-lettre-de-la.html>
- Boavida, A. (2005). *A argumentação em matemática: investigando o trabalho de duas professoras em contexto colaborativo*. (Tese de doutoramento) Lisboa: APM.
- Boavida, A. (2011). Argumentação matemática em acção: Contornos e desafios. *Educação e Matemática*, 115.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., e Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico. Programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Bogdan, R., e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Brendefur, J. e Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Carvalho, R. e Ponte, J. (2014). O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (p. 31-54). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

- César, M., Torres, M., Caçador, F. e Candeias, N. (1999b). E se eu aprender contigo? A Interação entre pares e a apreensão de conhecimentos matemáticos. In M. Vara Pires et al. (Eds.), *Caminhos para a Investigação em Educação Matemática em Portugal* (pp.73-89). Bragança: SPCE/SEM.
- Coutinho, C. (2011). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: teoria e prática*. Coimbra: Almedina.
- De Chiaro, S., e Leitão, S. (2005). O papel do professor na construção discursiva da argumentação em sala de aula. *Reflexão e Crítica*, 18, 350-357.
- Duarte, J. (2008). Estudos de caso em educação. Investigação em profundidade com recursos reduzidos e outro modo de generalização. *Revista Lusófona de Educação*, 11, 113-132.
- Ferreira, S. (2015). *Práticas do professor para e na dinamização de congressos matemáticos*. (Relatório do projeto de investigação do curso de mestrado em educação pré-escolar e ensino do 1º ciclo do ensino básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal).
- Forman, E., Larreamendy-Joerns, J., Stein, M. e Brown, C. (1998). You're going to want to find out which and prove it: collective argumentation in a mathematics classroom. *Learning and Instruction*, 8 (6), 527-548.
- Guimarães, H. (2007). *Investigação em educação: aspetos metodológicos*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Ladeira, A. (2015). *Práticas do professor que potenciam discussões coletivas produtivas* (Relatório do projeto de investigação do curso de mestrado em educação pré-escolar e ensino do 1º ciclo do ensino básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal).
- Lopes, A., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J., Oliveira, M., Delgado, M., Bastos, R. e Graça, T. (1999). *Actividades matemáticas na sala de aula*. Texto Editora.
- Machado, R. (2010). *Um estudo de caso sobre o instrumento de avaliação capacidades e competências do projeto interação e conhecimento* (Tese de doutoramento da Universidade Nova de Lisboa).
- Menezes, L. (1999). *O discurso da aula de Matemática*. Atas do encontro ProfMat 99.
- Retirado a 4 de agosto de 2015 de <http://www.esv.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/Comunicacao/Proff.pdf>

- Menezes, L., Oliveira, H. e Canavarro, A. (2015). Inquiry-Based Mathematics Teaching: The Case of Célia. In Gellert, U., Rodriguez, J., Hahn, C. e Kafoussi, S. (Eds.) *Educational Paths to Mathematics* (pp. 305-321). Springer International Publishing AG
- Mestre, C. e Oliveira, H. (2012). A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4º ano. *Quadrante*, XXI, 111-138.
- Mestre, C., e Oliveira, H. (2014). A construção coletiva da generalização num contexto de ensino exploratório com alunos do 4.º ano. In J. Ponte (Eds.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 283-309). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Miguel, J. (2012). *A comunicação do professor em momentos de discussão coletiva, na aula de Matemática* (Tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional para o ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: ME-DEB.
- Moreira, C. (2007). *Teorias e práticas de investigação*. Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas.
- Mozzato, A. e Grzybowski, D. (2011). Análise de Conteúdo como Técnica de Análise de Dados Qualitativos no Campo da Administração: Potencial e Desafios. *RAC, Curitiba*, 15 (4), 731-747
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Documento original em inglês publicado em 1991).
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM. (Documento original em Inglês, publicado em 2000).
- Oliveira, H., Menezes, L. e Canavarro, A. (2012). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, XXI, 29-53.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research e evaluation methods*. 3. California: Sage Publications.
- Perelman, C. (1987). *Argumentação*. In Enciclopédia Einaudi (Vol. 11, pp. 234-265). Lisboa: Imprensa Nacional.

- PFCM (Programa de Formação Contínua em Matemática) (2009/2010). *Orquestrar discussões coletas: cinco práticas essenciais*. Retirado a 1 de dezembro de 2015 de <http://projectos.esep.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/12/texto-Orquest-disc-colectivas-2010-2011.pdf>
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Eds.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Eds.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., e Oliveira, H. (2003). A aula de investigação. In Ponte, J. P., Brocardo, J., e Oliveira, H. (Eds.), *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P., e Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H. e Varandas, J. (1999). *Investigando as aulas de investigações matemáticas*. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133-151). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. e Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 2, 55-81.
- Ramos, C. (2009). *Argumentação na aula de matemática: um estudo colaborativo*. (Tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Richardson, V. (1994). Conducting research on practice. *Educational Researcher*, 23, 5-10.
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In Menezes, L., Santos, L., Gomes, H. e Rodrigues, C. (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e Desafios* (pp. 18-22). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Sherin, M. (2002). A balancing act: developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 205-233
- Smith, Huges, Engle e Stein (2009). Orchestrating discussions. *Mathematic Teaching in the Middle School*, 9 (14), 548-556.
- Smith, M. e Stein, M. (2011). *Practices for orchestrating productive mathematics*

discussions. Reston: NCTM.

- Stein, M. (2001). Mathematical argumentation. Putting umph classroom discussions into. *Mathematics teaching in the middle school*, 7 (2), 110-112.
- Stein, M. e Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática* 105, 22-28.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., e Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313–340.
- Stylianides, A. e Stylianides, G. (2008). Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in “real-life” contexts. *Teaching and Teacher Education*, 24, 859-875.
- Vale, I. e Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In Canavarro, A., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L. e Carreira, S. (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da matemática* (pp. 347-360). Portalegre: SPIEM.
- Vicent, J.; Chick H. e McCrae, B. (2005). Argumentation profile charts as tools for analysing students' argumentations. Retirado a 8 de setembro de 2015 de <http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol4VincentEtAl.pdf>
- Walls, F. (2005). Challenging Task-driven Pedagogies of Mathematics. Retirado a 8 de setembro de 2015 de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=DCB1D7EA4E249129022533C28B25DF4E?doi=10.1.1.465.4804&rep=rep1&type=pdf>
- Walsh, D.J., Tobin, J.J., e Graue, M. E. (2010). A Voz Interpretativa: Investigação Qualitativa em Educação de Infância. In Spodek, B. (Eds.), *Manual de Investigação em Educação de Infância*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Wells, G. (2000). Dialogic inquiry in education: Building on the legacy of Vygotsky. *Vygotskian perspectives on literacy research*, 51-85.
- Whitenack, J., e Yackel, E. (2008). Construindo argumentações matemáticas nos primeiros anos. A importância de explicar e justificar ideias. *Educação e Matemática*, 100, 85-88.
- Wood, T. (1999). Creating a context for argument in a mathematics classroom. *Journal*

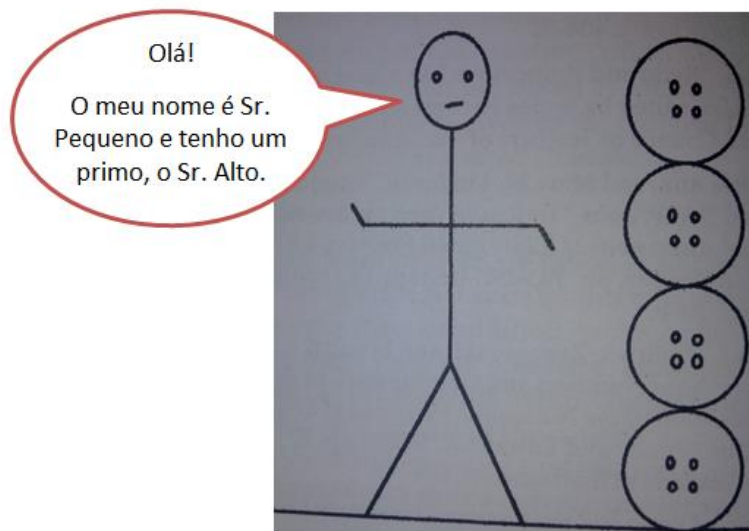
for Research in Mathematics Education, 30, 171–191.

Yackel, E. e Cobb, P. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. In Yackel, E. e Cobb, P. (Eds) *The culture of mathematics classroom*. Cambridge University.

Yackel, E. e Cobb, P. (1998). *Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática*. (Tradução do artigo publicado no Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27(4), pp. 458-477).

Anexos

Anexo 1 – Tarefa “Sr. Pequeno”



A altura do Sr. Alto é de 6 botões. Se medirmos a altura do Sr. Pequeno com cliques, são necessários 6. Qual é a medida da altura do Sr. Alto quando usamos cliques? Explica como pensaste.

Anexo 2 – Extrato da planificação “Sr. Pequeno”

Com o objetivo de identificar os níveis de desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos e começar a trabalhar os conceitos de razão e proporção, proporei a tarefa “Sr. Pequeno”. Neste sentido, projetar a tarefa no quadro e distribuí-la, em papel, aos alunos e agrupá-los a pares [os pares da mesa] para realizar a tarefa. Pedir para colar a folha no caderno e conceder-lhes 10 minutos para a responder à questão da mesma. Durante este tempo, o professor deslocar-se-á pela sala, para observar quais os níveis de raciocínio emergentes, bem como eventuais dúvidas, para depois escolher alguns alunos para explicarem o raciocínio do que fizeram.

Possíveis níveis de raciocínio que podem emergir:

- (1) Não consegue responder ou apresenta uma explicação ilógica.
- (2) Faz a diferença entre 6 e 4 botões e assume que essa diferença existe com os cliques ($6 - 4 = 2$ botões de diferença; $6 + 2 = 8$ cliques; R: 8 cliques).
- (3) Usa uma abordagem aditiva que se foca na correspondência entre o número de botões e cliques das duas figuras e compara-as, percebendo que por cada 2 botões há mais 1 clipe.
- (4) Encontra a razão ou usa uma relação multiplicativa para comparar a altura das duas figuras (se com 4 botões tem 6 cliques, cada botão equivale a 1,5 cliques. Se o outro tem 6 botões, terá $6 \times 1,5 = 9$ cliques).

Terminado o tempo, selecionar um aluno de nível (3) para apresentar o raciocínio à turma e, seguidamente, um de nível 4. Caso se verifique que a maioria dos alunos está no nível (2), selecionar primeiro um aluno de nível (2) e só depois um de nível (3). Se, por outro lado, a maioria dos alunos estiver no nível (1), apresentar uma resolução de nível (2), mesmo que esta não surja naturalmente.

Sistematizar as ideias principais da discussão, nomeadamente

- Para responder a esta questão, o que se fez foi descobrir quantos cliques equivalia cada botão, sendo que uns perceberam que cada dois botões equivalem a três cliques e outros que cada botão equivale a um clipe e meio. Ao estabelecermos uma relação entre estas duas medidas, estamos a fazer uma razão.

- No fundo, comparámos grandezas: altura.

Anexo 3 – Tarefa “Desconto da PSP”

1. Numa loja estava marcado que o preço de uma PSP era 100€. Sabendo que o dono da loja fez um desconto de 20%, por que preço foi vendida? Apresenta o teu raciocínio.
2. Nessa mesma loja, os jogos também estavam com 20% de desconto. Se o preço de uma embalagem com 3 jogos fosse 60€, qual seria o preço a pagar depois de feito o desconto? Apresenta o teu raciocínio.

Anexo 4 – Extrato da planificação “Descontos de uma PSP”

Expor aos alunos que iniciaremos um novo tema – percentagens –, pelo que se espera que resolvam o problema da forma que conseguirem. Neste sentido, distribuir duas tiras de papel, para que os alunos colem no caderno e conceder cerca de 5 minutos de exploração e resolução da primeira pergunta. Durante este tempo, circular pela sala, para tentar incentivar os alunos a responderem, identificar dificuldades e também raciocínios.

No final do tempo estipulado, perguntar à turma o resultado e selecionar um aluno para responder. Exemplos de raciocínios que podem surgir: dividir os 60€ por 10, para calcular o preço de 10%, ver quanto é 20% e retirar aos 60€ OU fazer o mesmo, mas calculando o preço de 80%.

Sistematizar com os alunos, aquilo que foi discutido. Passar para o caderno a resposta.

Conceder 5 minutos, desta vez para a exploração e resolução da segunda pergunta e proceder da mesma forma que anteriormente. Caso note que os alunos referem automaticamente que se anteriormente distribuíram os 100€ por 10 grupos de 10% (total 100%), para este fazem a mesma coisa, mas para os 60€, realizar a exploração da tarefa em turma, escrevendo o que me vão dizendo, no quadro. Os alunos devem passar a resposta para o caderno.

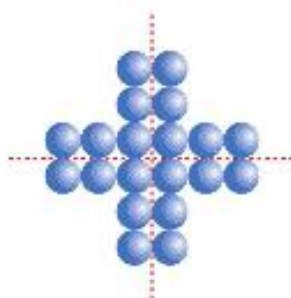
Face ao que se analisou, questionar o significado de percentagem. Para isso, selecionar os valores das perguntas 1 e 2 para escrever no quadro as seguintes razões: $\frac{60\text{€}}{100\%}$ e $\frac{100\text{€}}{100\%}$, para que compreendam que no primeiro caso os 100€ eram os nossos 100% e no segundo caso, sendo o valor menor, os 60€ são os nossos 100%. Perguntar se não estaremos perante uma razão e qual o denominador. Deste modo chegar à conclusão de que a percentagem é sempre uma razão cujo denominador é 100. Passar a definição.

Anexo 5 – Tarefa “Contagens e expressões numéricas”

explora expressões numéricas e algébricas

1 Contagens e expressões numéricas

Para contar o número de bolas desta figura, a Rita procedeu do seguinte modo:



$$4 \times 5 = 20$$

No teu kit de materiais (também disponível em www.mmp6.sebenta.pt), encontras figuras iguais à seguinte.

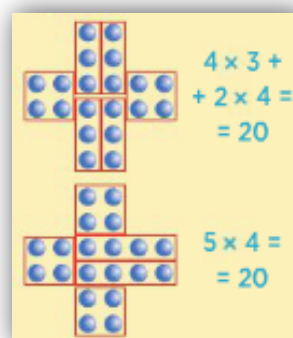
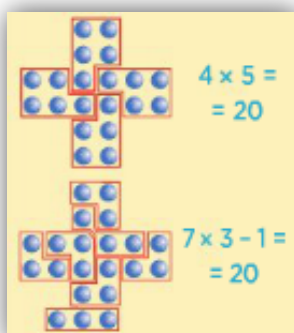
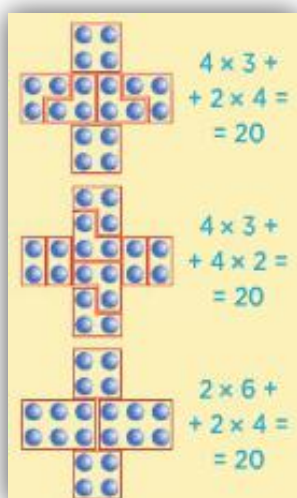
►► Descobre outros modos de determinar o número de bolas da figura.



Um dos modos é através da expressão numérica $2 \times 6 + 2 \times 4$. Utiliza a figura para te ajudar a explicar.

Recorda que:

Anexo 6 – Respostas possíveis à tarefa “Contagens e expressões numéricas”



Anexo 7 – Tarefa “Os bancos”

1 Os bancos

Numa cidade imaginária existem dois bancos que oferecem diferentes taxas de juro.

No **banco A**, cada 2 euros rendem 8 euros;

No **banco B**, cada 5 euros rendem 12 euros.

➡ Em qual dos bancos é mais vantajoso depositar dinheiro?

➡ Apresenta argumentos que fundamentem a tua resposta.



1. Considerando que o Banco A é o mais rentável, se depositasses 6€, quanto iria render? E se depositasses 30 €? E 150 €?
2. O António depositou a sua mesada no Banco A e esta rendeu-lhe 100€. Quanto dinheiro depositou? Para lhe render 120€, a quantia que ele queria, quanto teria que ter depositado?

Anexo 8 – Tarefa “Jantar de amigos”

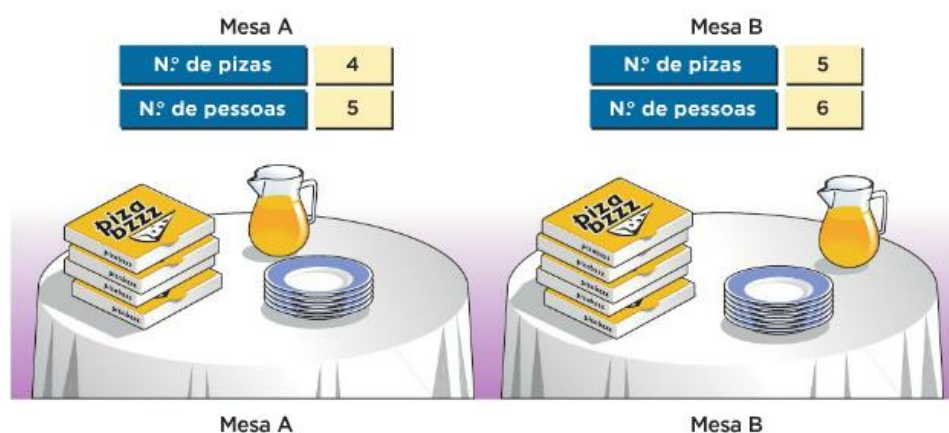
8 Jantar de amigos

Um grupo de amigos organizou um jantar. Todos comeram pizzas e beberam sumo de papaia. Durante a refeição ficaram sentados em duas mesas. Em cada mesa, as pizzas foram partilhadas igualmente.

Analisa as tabelas apresentadas:

➡ Em qual das mesas coube uma maior porção de pizza a cada um? Na mesa A ou na mesa B?
Explica como pensaste.

➡ Compara com o modo de resolução dos teus colegas.



8.1. Os jovens encarregaram-se de fazer o sumo. Usaram concentrado de sumo de papaia e água, e fizeram dois jarros. Mas não fizeram os dois jarros de sumo da mesma maneira.



Jarro para a mesa A

2 medidas de concentrado para
3 medidas de água



Jarro para a mesa B

3 medidas de concentrado para
4 medidas de água

➡ Será que o sumo nos dois jarros ficou com o mesmo sabor?
Explica como pensaste.

Anexo 9 – Tarefa “Explorando relações”

Pinta seis quadrados do retângulo abaixo desenhado:

Usando o diagrama, explica como como determinar:

1. A percentagem da área que está sombreada.
2. A representação decimal da área que está sombreada.
3. A representação fracionária da área que está sombreada.